

台北市立松山高級中學 97 學年度第二學期三年級文組期末考試題

一、多重選擇題

1. 設 A, B 皆為 n 階方陣, I 為 n 階單位方陣, 則下列何者正確?

(1) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ (2) $(A+I)(A-I) = A^2 - I$

(3) $(A+I)^2 = A^2 + 2A + I$ (4) $(A+I)(A^2 - A + I) = A^3 + I$ (5) $(AB)^2 = A^2B^2$

二、填充題

1. 設 $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$, 其中 $a_{ij} = i + 2j, i = 1, 2, j = 1, 2, 3$, 則 $A =$ (A)。

2. 若 $A+B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $A-B = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$, 則 $A^2 - B^2 =$ (B)。

3. 設矩陣 $A(t) = \begin{bmatrix} t & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$,

(1) 若 $A^{-1}(t)$ 不存在, 則 $t =$ (C)。 (2) 求 $A(1)$ 之反方陣 = (D)。

4. 若方程組 $\begin{cases} x + ky - z = 0 \\ 2x + ky - z = y \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$ 有 $x = y = z = 0$ 以外的解, 則 $k =$ (E)。

5. 設方程組 $\begin{cases} x - y + 2z = 1 - k \\ x + 3y - 3z = k + 1 \\ 3x + y + z = k \end{cases}$ 有解, 則 $k =$ (F)。

6. 試利用矩陣的列運算, 將矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 8 \\ 3 & 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}$ 化為 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \end{bmatrix}$

的形式, 其中 $a, b, c \in \mathbb{R}$, 求數對 $(a, b, c) =$ (G)。

7. 若 $A(2, 1, -1), B(1, 2, -1), C(1, 1, 3), D(3, a, 1)$, 則:

(1) $\triangle ABC$ 面積 = (H)。

(2) $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ 所張成之平行六面體體積 = (I) (以 a 表之)。

(3) 若 A, B, C, D 四點共面, 則 $a =$ (J)。

三、計算題

1. 信安 定點投籃, 常有下列情形: 當他投進一球後, 則下一球投進的機率為 0.8; 當他有一球投不進後, 下一球投進的機率為 0.6.

(1) 若 S_1 表投進, S_2 表投不進, a_{ij} 表由 S_j 轉變成 S_i 的機率. 則轉移矩陣

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = ?$$

(2) 若第 1 球不進, 則第 3 球投進的機率為何?.

(3) 長期而言, 信安 命中的機率為何?

2. 利用 克拉瑪 公式解 $\begin{cases} 2x - y + z = -4 \\ x + y + 2z = 1 \\ 3x + 5y + 9z = 8 \end{cases}$

