台北市立松山高中97學年度第一學期高三第二次期中考數學科(理組)試題

班級：______ 座號：____ 姓名：__________

一、多重選擇題：20%（每題5分）

________1. 設 A、B與 C 皆為二階方陣，I 為二階單位方陣，0 為二階零方陣，$r\in R$，
且以下之運算皆有定義，則下列敘述何者為真？
(A) $(A+I)^2=A^2+2A+I$ (B) 若$A^2=A$, 則$A=I$或$A=0$ (C)若$AB=0$則$A=0$或$B=0$
(D) $(rA)B=A(rB)=r(AB)$ (E)若 $AB=AC$則 $B=C$或 $A=0$

________2. 設A、B、C都是三階方陣，I為三階單位方陣，0為三階零方陣且以下之運算皆有定義， 其中det(A)表示矩陣A的行列式值，試判斷下列各敘述，何者恆成立？
(A)若$AB=I$, 則$AB=BA$ (B)設$AC=CA$, 則$A=C$或$A=0$ 或$A=I$ (C)若det(A)$\neq 0$, 且$AB=0$ 則$B=0$
(D) det($A+B$) = det(A)+ det(B) (E) det($3A$) = 3det(A)

________3. 設 A 為 $m\times n$ 階矩陣，B 為 $p\times q$ 階矩陣，若 AB 是可乘的且為 $x\times y$ 階矩陣，則
(A)$m=q$ (B)$n=p$ (C)$m=n$ (D)$x=m$ (E)$y=q$

________4. 下列各行列式何者之行列式值等於零？（ω為1的立方虛根）

(A) $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & -6 & -8 \\ 5 & 8 & 1 \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ -1 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & -6 \end{vmatrix}$

(D) $\begin{vmatrix} a-b & 2 & b+c-2a \\ b-c & -1 & c+a-2b \\ c-a & -1 & a+b-2c \end{vmatrix}$ (E) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix}$

二、填充題：60%（每格5分）

1. 設若$A=\begin{bmatrix} k & 2 \\ 3 & k-1 \end{bmatrix}$沒有反方陣，則$k$之值可能為____(1)_______

2. 設矩陣$A=[a_{ij}]_{5\times 4}$，若$a_{ij}=3i-j^2$，則矩陣A的第3行之元素的總和為___(2)_____

3. 已知 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=5$ 則 $\begin{vmatrix} 3a+2c & 3b+2d \\ 2a-c & 2b-d \end{vmatrix}$ = ____(3)________

4. 設$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 2 & -3\end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 1\end{bmatrix}$；若$X+2B=3C$，則

(1) $A^{-1}=$ ___(4)__________。　　　(2) $X=$ __(5)___________

5. 籃球高手大雄比賽時，當他投進一球後，下一球投進的機率是 0.8，當他有一球沒投進後，則下一球投進的機率為 0.9，

(1)如果他第一球沒投進，則他第 4 球投進的機率為__(6)__________

(2)就一般長期而言，他投籃投進的機率為_____(7)________

6. 設A袋有 2 個 10 元的錢幣，B袋有 3 個 5 元的錢幣，從A袋任取一個錢幣與B袋任取一個錢幣互換，若這樣的互換進行三次，則：

(1)A袋中 10 元錢幣恰一個的機率是___(8)__________

(2)A袋中的期望金額是______(9)_______

7. 空間中有四點 A（1，0，2），B（2，1，5），C（－2，4，1），D（0，5，3），

試求由$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AD}$三向量所張出的平行六面體的體積為_____(10)________

8. 設方陣$A=\begin{bmatrix}3 & 3 & 3\\ -2 & -2 & -2\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$，$I$為三階單位方陣，$(I+A)^3=I+mA$，$m\in R$則 $m=$____(11)_________

9. 設實係數二階方陣 A 滿足 $A\begin{bmatrix}7\\ 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix}$，$A\begin{bmatrix}9\\ 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 5\end{bmatrix}$，若 $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$，

則數對$(a=?, b=?, c=?, d=?)=$ ______(12)_______

三、計算題：20 %

1. 設$A=\begin{bmatrix}1 & -2 & -3\\ 2 & 1 & -1\\ 3 & 2 & 2\end{bmatrix}$，求A方陣的反方陣$A^{-1}$.

2. 解方程組 $\begin{cases}x-2y-3z=4\\ 2x+y-z=3\\ 3x+2y+2z=7\end{cases}$

3. 設E_1：kx－y＋z＝1，E_2：x－ky＋z＝1 及E_3： x－y＋kz＝1

為空間中的三個平面。試就k 值討論三個平面的幾何意義？

台北市立松山高中 97 學年度第一學期高三第二次期中考數學科(理組)答案卷

班級：______ 座號：____ 姓名：__________

一、多重選擇題：20%（每題 5 分）

1.	2.	3.	4.
(A)(D)	(A)(C)	(B)(D)(E)	(A)(B)(C)(D)

二、填充題：60%（每格 5 分）

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
3 或－2	0	－35	$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -7 & 9 \end{bmatrix}$	0.819
(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
$\frac{9}{11}$	$\frac{23}{36}$	$\frac{505}{36}$	20	13	(4, －9, －3, 7)

三、計算題：20%

1. 答 $\begin{bmatrix} \frac{4}{15} & \frac{-2}{15} & \frac{1}{3} \\ \frac{-7}{15} & \frac{11}{15} & \frac{-1}{3} \\ \frac{1}{15} & -\frac{8}{15} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

2. $(x, y, z) = (3, -2, 1)$

3. (1) k=1　三平面重合。x－y＋z＝1

   (2) k=－2　三相異平面兩兩交於一線，且三交線不共點。

   (3) 其它　三平面交於一點($x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{1}{k+2}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-1}{k+2}, z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{1}{k+2}$)