台北市松山高中九十七學年度高三第一類組第一次定期考試試題

三年____班____號 姓名：______________

—作答注意事項—

題型題數：單選題 5 題，多選題 6 題，填充題第 A 至 I 題共 9 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液

• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

（一）填答選擇題時，只用 1，2，3，4，5 等五個格子，而不需要用到–，±，以及 6，7，8，9，0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\underset{\square}{3}$ 劃記（注意不是 7），如：

解　答　欄

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	–	±
1	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 $\underset{\square}{1}$ 與 $\underset{\square}{3}$ 劃記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	–	±
10	■	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□

（二）填充題的題號是 A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\dfrac{⑱}{⑲}$，而依題意計算出來的答案是 $\dfrac{3}{8}$，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\underset{\square}{3}$ 與第 19 列的 $\underset{\square}{8}$ 劃記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	–	±
18	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□
19	□	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□

例：若第 C 題的答案格式是 $\dfrac{⑳㉑}{50}$，而答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\underset{\square}{-}$ 與第 21 列的 $\underset{\square}{7}$ 劃記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	–	±
20	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	■	□
21	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□	□

第一部分： 選擇題

壹、單一選擇題

說明：第 1 至 5 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，未答者不給分。

1. 已知 $|a|=5$ ，$|b|=2$， $a\cdot b=-6$ 且 θ 為 a 與 b 的夾角，則 cosθ 之值為何？

(1) 1 (2) -1 (3) $-\dfrac{3}{5}$ (4) $-\dfrac{4}{5}$ (5) 0

2. 一球面方程式，以 $A(3，1，2)$為球心且與 x 軸相切，則切點為(x，0，0)，則 x=？

(1) 3 (2) 1 (3) －3 (4) 2 (5) -2

3. 下列何者為直線 $\dfrac{2x}{3}=\dfrac{2y-1}{1}=\dfrac{2-z}{3}$ 的方向向量？

(1) (3，1，3) (2)(3，1，－3) (3)(3，2，3) (4)(3，1，－6) (5) （－3，1，3)

4. 設圓 $x^2+y^2-2x+4y+a=0$ 的半徑為 3，且圓心在直線 $y=bx+3$ 上，求數對 $(a，b)$值

(1) (3，4) (2) (5，－3) (3) (－3，-4) (4) (3，3) (5) (－4，－5)

5. 設 x，y，z 均為正數，且 $x+y+z=1$，求 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y}+\dfrac{4}{z}$ 之最小值？

(1) 23 (2) 25 (3) 36 (4) 48 (5) 56

貳、多重選擇題

說明：第 6 至 11 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，未答者不給分。只錯一個可獲2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

6. 設 D，E，F 分別為 ΔABC 三邊 $\overline{BC},\overline{CA},\overline{AB}$ 之中點，且 $BA=a$ ，$BC=b$ ，

(1) $DE=\dfrac{1}{2}a$ (2) $CD=-\dfrac{1}{2}b$ (3) $BE=\dfrac{1}{2}(a+b)$ (4) $DA=a-\dfrac{1}{2}b$ (5) $AE=\dfrac{1}{2}(b-a)$

7. 直線 $L:\begin{cases}x=-1+5t\\ y=2-3t\end{cases}$ ，$t\in R$ ，試問下列何點在直線 L 上

(1) (1，2) (2) (4，－1) (3) (－6，-5) (4) (0，0) (5) (－11，8)

8. 下列敘述何者正確?

(1)設a_1，a_2為兩實數，則$\frac{a_1+a_2}{2} \ge \sqrt{a_1 a_2}$

(2)設a, b為兩正數，則$\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \ge 2$，且等號在a＝b時成立

(3)設a_1，a_2，b_1，b_2為實數，則$(a_1b_1+a_2b_2)^2 \le (a_1^2+a_2^2)(b_1^2+b_2^2)$，當等號成立時，必存在一實數k，使得$b_1$＝$ka_1$，$b_2$＝$ka_2$

(4)設 u ， v 為任意兩向量，則 $|u \cdot v| \le |u||v|$

(5)若 x＞0 ，則 $x+\frac{1}{x} \ge 2$

9. 下列敘述何者正確?

(1)點 $P(x_0 , y_0)$ 到直線 L：$ax+by+c=0$的距離為 $d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

(2)二平行線 L_1：$ax+by+c_1=0$ 與 L_2：$ax+by+c_2=0$ 的距離為 $|c_1-c_2|$

(3)設 u ， v 兩向量垂直，則 $u \cdot v=0$

(4)直線 $L: ax+by+c=0$ 中，向量 $n=(a , b)$ 是直線 L 的一個法向量

(5)兩向量 u 平行 v ，則存在 $t \in R$ 使得 $u=tv$ 。

10. 設 O，A，B 三點不共線，$OP=xOA+yOB$，則下列對 P 點軌跡敘述何者正確？

(1)若 $x=\frac{1}{2}, y \in R$，則 P 點軌跡表一直線

(2)若 $\frac{1}{2} \le x \le 1, y \in R$，則 P 點軌跡表一線段

(3)若 $\frac{1}{2} \le x \le 1,\ 1 \le y \le 2$，則 P 點軌跡表平行四邊形

(4)若 $x \in R$， $y \in R$，則 P 點軌跡表 O，A，B 三點所在的平面

(5)若 $x+y=1$， $x \in R$， $y \in R$，則 P 點軌跡表直線

11. 自點$P(1， 2)$作圓C：$x^2+y^2-4x+2y-4=0$的二切線，得切點A， B，若圓心為O

(1)圓心O為 (2，1)

(2)圓C的半徑為 6

(3)切線段長 $\overline{PA}=1$

(4)四邊形$APBO$的面積 3

(5)ΔAPB的外接圓方程式 $x^2+y^2-3x-y=0$

第二部分：填充題

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (12 – 40) 。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設 ΔABC 中，$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=4$，$\overline{CA}=6$ ， 試求 $AB \cdot BC$ $=\dfrac{⑫⑬}{⑭}$ 。

B. 設點 O 在平面 E 上的正射影為 A，一直線 L 在平面 E 上，過 A 在作垂直 L 的直線垂足為 B，L 上一點 C 與 B 相距 12，且 $\overline{OC}=13$，$\overline{AB}=4$，求 $\overline{OA}$ 之長 =⑮。

C. 設 $A(0，0，0)$，$B(2，1，0)$，$C(1，2，3)$，求過 ΔABC 之重心且垂直平面 ABC 之直線方程式為 $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-1}{b}=\dfrac{z-1}{c}$，求數對 $(a，b，c)$=(⑯ ， ⑰⑱ ， ⑲)。

D. 若 A(5，-6)， 點 P 在圓 $(x+1)^2+(y-2)^2=25$ 上移動，試求 $\overline{PA}$ 的最大值=⑳㉑。

E. 過兩球面 $S_1：x^2+y^2+z^2-2x-3y-4z-18=0$ ， $S_2：x^2+y^2+z^2=9$ 之交圓，且過原點的球面方程式為 $x^2+y^2+z^2+dx+ey+fz+g=0$，求數對 $(d，e，f，g)$=(㉒ ，㉓，㉔ ，㉕) 。

F. 求兩歪斜線 $L_1：\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+3}{-2}$ ， $L_2：\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{1}$ 的距離 = ㉖ 。

G. ΔABC 中，設 $D，E，F$ 分別在 $\overline{BC}$，$\overline{CA}$，$\overline{AB}$ 上，且 $\overline{BD}:\overline{DC}=2:1$，$\overline{CE}:\overline{EA}=1:3$，$\overline{AF}:\overline{FB}=2:3$，若 G 為 ΔDEF 的重心，使得 $AG = x\,AB + y\,AC$，求數對 $(x，y)=\left(\dfrac{㉗㉘}{㉙㉚} ，\dfrac{㉛㉜}{㉝㉞}\right)$ 。

H. 求一平面過點 (2，3，1)，且在第一卦限與三坐標平面所圍成四面體體積最小，此平面方程式為 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$，求數對 $(a，b，c)$=(㉟ ，㊱，㊲)。

I. 設空間中一直線 L 通過 (1， 2， 5) 及 (0， 0， 1) 兩點，試求 x 軸上與直線 L 的最近點的坐標 $=\left(\dfrac{㊳㊴}{㊵}，0，0\right)$。

答案：

一、選擇題

1. (3) 2. (1) 3. (4) 4. (5) 5. (2) 6. (1)(2)(3)(4)(5) 7. (2)(5) 8. (2)(3)(4)(5) 9. (1)(3)(4)(5)

10. (1)(3)(4)(5) 11. (3)(4)(5)

二、填充題

A. $\frac{11}{2}$ B. 3 C. (1，－2，1) D. 15 E. (2，3，4，0) F. 3

G. $(\frac{11}{45},\frac{17}{36})$ H. (6，9，3) I. $(\frac{-1}{5},0,0)$