

臺北市立松山高級中學 111 學年度第二學期高三自然組數甲期末考試題

範圍：龍騰版數甲下單元 5、6、7

班級

座號

姓名

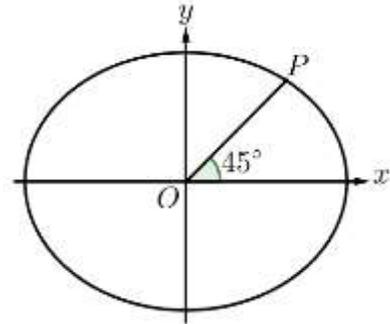
一、是非題 每題 4 分，共 16 分 (正確請填 O，錯誤請填 X)

1.( ) 平面上所有滿足  $\sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = |y-4|$  的點  $(x, y)$

所形成的圖形為一拋物線。

2.( ) 右圖為橢圓  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ，點  $P$  為該橢圓上的一點，

且  $\overline{OP}$  與  $x$  軸正向夾  $45^\circ$ ，則點  $P$  坐標為  $(5\cos 45^\circ, 4\sin 45^\circ)$ 。



3.( ) 平面上所有滿足  $|\sqrt{x^2 + (y-3)^2} - \sqrt{(x-3)^2 + (y-7)^2}| = 5$  的

點  $(x, y)$  所形成的圖形為兩射線。

4.( )  $\Gamma_1: \frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+3)^2}{16} = 1$  與  $\Gamma_2: \frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+3)^2}{16} = -1$  互為共軛雙曲線。

二、單選題 每題 6 分，共 18 分

1.( ) 下列哪一個拋物線的正焦弦長最大？

(1)  $(y+3)^2 = 4(x-1)$       (2)  $4(y+3)^2 = (x-1)$       (3)  $6(y+3) = (x-1)^2$

(4)  $(y+3) = 6(x-1)^2$       (5)  $(y+3) = -8(x-1)^2$ 。

2.( )  $k$  為下列哪一個值時， $\sqrt{x^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-7)^2} = k$  所表之圖形為一橢圓？

(1) 2      (2) 3      (3) 4

(4) 5      (5) 6。

3.( ) 設雙曲線  $\Gamma_1: \frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$ ， $\Gamma_2: \frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{3^2} = -2$ ， $\Gamma_3: \frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{3^2} = \frac{2x}{5}$  之貫軸長分別為  $l_1$ ，

$l_2$ ， $l_3$ ，則下列選項何者正確？

(1)  $l_1 = l_2 = l_3$       (2)  $l_1 = l_2 > l_3$       (3)  $l_1 > l_2 > l_3$

(4)  $l_1 = l_3 > l_2$       (5)  $l_1 > l_3 > l_2$ 。

三、多選題 每題 8 分，共 24 分

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，未作答者得 0 分)

1.( ) 關於橢圓  $4x^2 + y^2 + 16x + 4y + 4 = 0$ ，下列選項何者正確？

(1) 中心坐標為  $(-2, -2)$       (2) 中心到任一焦點的距離為  $2\sqrt{5}$

(3) 長軸長為 4      (4) 正焦弦長為 2

(5) 任一短軸頂點與兩焦點所形成之三角形面積為  $4\sqrt{3}$ 。

2.( ) 下列哪些方程式所代表的圖形與雙曲線  $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{(y-7)^2}{9} = 1$  有共同的焦點？

(1)  $\frac{(x+1)^2}{16} + \frac{(y-7)^2}{9} = 1$

(2)  $\frac{(x+1)^2}{34} + \frac{(y-7)^2}{9} = 1$

(3)  $\frac{(x+1)^2}{9} - \frac{(y-7)^2}{16} = 1$

(4)  $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{(y-7)^2}{9} = -1$

(5)  $\frac{(x+1)^2}{12} - \frac{(y-7)^2}{13} = 1$

3.( ) 平面上有兩拋物線  $\Gamma_1: (y-1)^2 = 4x$ 、 $\Gamma_2: (y+1)^2 = -8(x-10)$ ，設  $\Gamma_1$ 、 $\Gamma_2$  的焦點分別為  $F_1$ 、 $F_2$ ，準線分別為  $L_1$ 、 $L_2$ ，又兩拋物線交於  $P$ 、 $Q$  兩點，則下列何者正確？

(1)  $F_1$  坐標為 (1,1)

(2)  $\overline{F_1F_2} = 7$

(3)  $L_2$  方程式為  $x=12$

(4)  $L_1$  與  $L_2$  距離為 12

(5) 四邊形  $F_1PF_2Q$  周長為 26。

#### 四、填充題 每題 7 分，共 42 分

1. 試求過點  $A(-2,7)$ ， $B(1,1)$ ， $C(3,7)$ ，且對稱軸平行  $y$  軸的拋物線方程式\_\_\_\_\_。

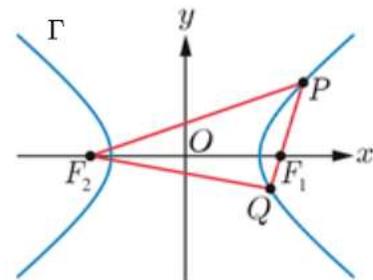
2. 已知點  $A(2,1)$  及點  $B(3,3)$ ，且  $P$  為拋物線  $y = x^2 + 2x + 3$  上任一點，則  $\triangle PAB$  面積的最小值為\_\_\_\_\_。

3. 試求一焦點為  $(6,-3)$ ，兩漸近線為  $x + y + 1 = 0$  及  $x - y - 5 = 0$  之雙曲線方程式\_\_\_\_\_。

(本題請用標準式作答)

4. 如右圖，一雙曲線  $\Gamma: \frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{49} = 1$ ， $F_1$ 、 $F_2$  為其焦點， $P$ 、 $Q$  為

$\Gamma$  上兩點，若  $\overline{PQ}$  通過  $F_1$  且  $\overline{PQ} = 12$ ，試求  $\triangle PQF_2$  的周長\_\_\_\_\_。



5. 與圓  $C_1: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$  外切，且與圓  $C_2: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 16$

內切之動圓圓心的軌跡方程式為\_\_\_\_\_。

6. 將橢圓  $\Gamma_1: \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{3} = 1$  以原點  $O$  為中心，依逆時針方向旋轉  $60^\circ$  後，得到橢圓  $\Gamma_2$ ，則

橢圓  $\Gamma_2$  的方程式為\_\_\_\_\_。

試題結束

恭喜完成高中生涯最後一科期末考了，預祝松高 32 屆的大家畢業快樂，大學生活充實愉快

臺北市立松山高級中學 111 學年度第二學期高三自然組數甲期末考答案卷

班級                  座號                  姓名

一、是非題 每題 4 分，共 16 分 (正確請填 O，錯誤請填 X)

1.	2.	3.	4.

二、單選題 每題 6 分，共 18 分

1.	2.	3.

三、多選題 每題 8 分，共 24 分

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，未作答者得 0 分)

1.	2.	3.

四、填充題 每題 7 分，共 42 分

1.	2.	3.
4.	5.	6.

請記得檢查，祝各位作答順利

一、是非題 每題 4 分，共 16 分 (正確請填 O，錯誤請填 X)

1.	2.	3.	4.
X	X	O	O

二、單選題 每題 6 分，共 18 分

1.	2.	3.
3	5	4

三、多選題 每題 8 分，共 24 分

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，未作答者得 0 分)

1.	2.	3.
145	235	135

四、填充題 每題 7 分，共 42 分

1.	2.	3.
$y = x^2 - x + 1$	3	$\frac{(x-2)^2}{8} - \frac{(y+3)^2}{8} = 1$
4.	5.	6.
60	$\frac{x^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{21} = 1$	$3x^2 + 5y^2 + 2\sqrt{3}xy - 6 = 0$