

臺北市立松山高級中學 111 學年度第二學期高三自然組數甲期末考試題

範圍：龍騰版數甲下單元 5、6、7

班級

座號

姓名

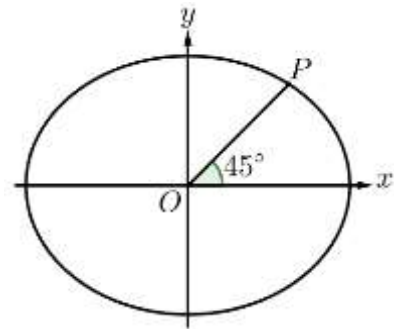
一、是非題 每題 4 分，共 16 分 (正確請填 O，錯誤請填 X)

1. () 平面上所有滿足 $\sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = |y-4|$ 的點 (x, y)

所形成的圖形為一拋物線。

2. () 右圖為橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ，點 P 為該橢圓上的一點，

且 \overline{OP} 與 x 軸正向夾 45° ，則點 P 坐標為 $(5\cos 45^\circ, 4\sin 45^\circ)$ 。



3. () 平面上所有滿足 $|\sqrt{x^2 + (y-3)^2} - \sqrt{(x-3)^2 + (y-7)^2}| = 5$ 的

點 (x, y) 所形成的圖形為兩射線。

4. () $\Gamma_1: \frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+3)^2}{16} = 1$ 與 $\Gamma_2: \frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+3)^2}{16} = -1$ 互為共軛雙曲線。

二、單選題 每題 6 分，共 18 分

1. () 下列哪一個拋物線的正焦弦長最大？

(1) $(y+3)^2 = 4(x-1)$ (2) $4(y+3)^2 = (x-1)$ (3) $6(y+3) = (x-1)^2$

(4) $(y+3) = 6(x-1)^2$ (5) $(y+3) = -8(x-1)^2$ 。

2. () k 為下列哪一個值時， $\sqrt{x^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-7)^2} = k$ 所表之圖形為一橢圓？

(1) 2 (2) 3 (3) 4

(4) 5 (5) 6。

3. () 設雙曲線 $\Gamma_1: \frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$ ， $\Gamma_2: \frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{3^2} = -2$ ， $\Gamma_3: \frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{3^2} = \frac{2x}{5}$ 之貫軸長分別為 l_1 ，

l_2 ， l_3 ，則下列選項何者正確？

(1) $l_1 = l_2 = l_3$ (2) $l_1 = l_2 > l_3$ (3) $l_1 > l_2 > l_3$

(4) $l_1 = l_3 > l_2$ (5) $l_1 > l_3 > l_2$ 。

三、多選題 每題 8 分，共 24 分

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，未作答者得 0 分)

1. () 關於橢圓 $4x^2 + y^2 + 16x + 4y + 4 = 0$ ，下列選項何者正確？

(1) 中心坐標為 $(-2, -2)$ (2) 中心到任一焦點的距離為 $2\sqrt{5}$

(3) 長軸長為 4 (4) 正焦弦長為 2

(5) 任一短軸頂點與兩焦點所形成之三角形面積為 $4\sqrt{3}$ 。

2.() 下列哪些方程式所代表的圖形與雙曲線 $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{(y-7)^2}{9} = 1$ 有共同的焦點？

(1) $\frac{(x+1)^2}{16} + \frac{(y-7)^2}{9} = 1$

(2) $\frac{(x+1)^2}{34} + \frac{(y-7)^2}{9} = 1$

(3) $\frac{(x+1)^2}{9} - \frac{(y-7)^2}{16} = 1$

(4) $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{(y-7)^2}{9} = -1$

(5) $\frac{(x+1)^2}{12} - \frac{(y-7)^2}{13} = 1$

3.() 平面上有兩拋物線 $\Gamma_1: (y-1)^2 = 4x$ 、 $\Gamma_2: (y+1)^2 = -8(x-10)$ ，設 Γ_1 、 Γ_2 的焦點分別為 F_1 、 F_2 ，準線分別為 L_1 、 L_2 ，又兩拋物線交於 P 、 Q 兩點，則下列何者正確？

(1) F_1 坐標為 (1,1)

(2) $\overline{F_1F_2} = 7$

(3) L_2 方程式為 $x=12$

(4) L_1 與 L_2 距離為 12

(5) 四邊形 F_1PF_2Q 周長為 26。

四、填充題 每題 7 分，共 42 分

1. 試求過點 $A(-2,7)$ ， $B(1,1)$ ， $C(3,7)$ ，且對稱軸平行 y 軸的拋物線方程式_____。

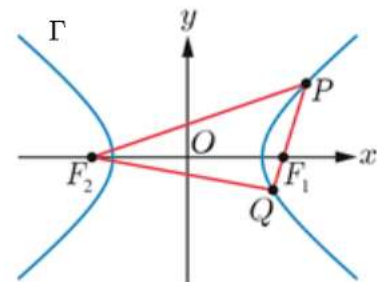
2. 已知點 $A(2,1)$ 及點 $B(3,3)$ ，且 P 為拋物線 $y = x^2 + 2x + 3$ 上任一點，則 $\triangle PAB$ 面積的最小值為_____。

3. 試求一焦點為 $(6,-3)$ ，兩漸近線為 $x + y + 1 = 0$ 及 $x - y - 5 = 0$ 之雙曲線方程式_____。

(本題請用標準式作答)

4. 如右圖，一雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{49} = 1$ ， F_1 、 F_2 為其焦點， P 、 Q 為

Γ 上兩點，若 \overline{PQ} 通過 F_1 且 $\overline{PQ} = 12$ ，試求 $\triangle PQF_2$ 的周長_____。



5. 與圓 $C_1: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 外切，且與圓 $C_2: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 16$

內切之動圓圓心的軌跡方程式為_____。

6. 將橢圓 $\Gamma_1: \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{3} = 1$ 以原點 O 為中心，依逆時針方向旋轉 60° 後，得到橢圓 Γ_2 ，則

橢圓 Γ_2 的方程式為_____。

試題結束

恭喜完成高中生涯最後一科期末考了，預祝松高 32 屆的大家畢業快樂，大學生活充實愉快

臺北市立松山高級中學 111 學年度第二學期高三自然組數甲期末考答案卷

班級 座號 姓名

一、是非題 每題 4 分，共 16 分 (正確請填 O，錯誤請填 X)

1.	2.	3.	4.

二、單選題 每題 6 分，共 18 分

1.	2.	3.

三、多選題 每題 8 分，共 24 分

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，未作答者得 0 分)

1.	2.	3.

四、填充題 每題 7 分，共 42 分

1.	2.	3.
4.	5.	6.

請記得檢查，祝各位作答順利

一、是非題 每題 4 分，共 16 分 (正確請填 O，錯誤請填 X)

1.	2.	3.	4.
X	X	O	O

二、單選題 每題 6 分，共 18 分

1.	2.	3.
3	5	4

三、多選題 每題 8 分，共 24 分

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，未作答者得 0 分)

1.	2.	3.
145	235	135

四、填充題 每題 7 分，共 42 分

1.	2.	3.
$y = x^2 - x + 1$	3	$\frac{(x-2)^2}{8} - \frac{(y+3)^2}{8} = 1$
4.	5.	6.
60	$\frac{x^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{21} = 1$	$3x^2 + 5y^2 + 2\sqrt{3}xy - 6 = 0$