

台北市立松山高中 111 學年度 第 2 學期 期末考 高一數學試題

一、單選題：10% (每題 5 分)

1. 打開 Google 的線上計算機介面，進行下列步驟：

步驟 1：確認為「Deg」模式。

步驟 2：按下「sin」鍵。

步驟 3：鍵入「5」「4」。

步驟 4：按下「=」鍵。

下列選項何者最接近螢幕上出現的值？(參考數據： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732$)

(1) 0.506 (2) 0.607 (3) 0.707 (4) 0.809 (5) 0.909

2. 若 $P(x, y)$ 為標準位置角 θ 終邊上的一點，下列選項何者為標準位置角 $90^\circ + \theta$ 終邊上的點？(1) $(-x, y)$ (2) (y, x) (3) $(y, -x)$ (4) $(-2y, 2x)$ (5) $(-2y, -2x)$

二、多重選擇題：24%

(每題 6 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上或未作答 0 分)

1. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 7$ ，試選出正確的選項。

(1) $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 2 : 3 : 7$

(2) $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 2 : 2\sqrt{2} : (\sqrt{6} + \sqrt{2})$

(3) $\cos A : \cos B : \cos C = 2 : 3 : 7$

(4) $\cos A : \cos B : \cos C = 2\sqrt{3} : 2\sqrt{2} : (\sqrt{2} - \sqrt{6})$

(5) $\tan A : \tan B : \tan C = 1 : \sqrt{3} : (2\sqrt{3} + 3)$

2. 下列選項何者正確？

(1) $\sin 90^\circ = 1$

(2) $\cos 180^\circ = -1$

(3) $\tan 270^\circ = 0$

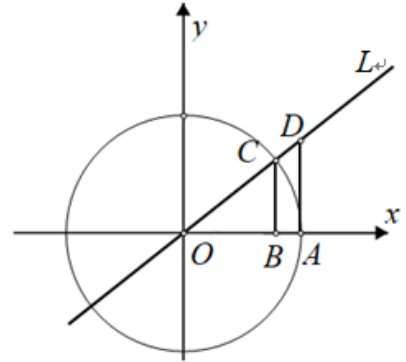
(4) 若 $\cos \theta = \frac{1}{2}$ ，則 $\theta = 60^\circ$

(5) 若 θ 為第二象限角，則 $45^\circ < \frac{\theta}{2} < 90^\circ$

3. 下列哪些選項的值與 $\cos 50^\circ$ 相等？(1) $\cos 130^\circ$ (2) $\cos 590^\circ$ (3) $\cos(-410^\circ)$
 (4) $\tan 140^\circ \cdot \cos 140^\circ$ (5) $\cos^2 20^\circ \cdot \cos 50^\circ + \sin 40^\circ \cdot \sin^2 200^\circ$

4. 如圖所示，已知斜角為 θ 的直線 $L: y = mx$ 與圓 $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$ 交於 C 點，且 \overline{CB} 垂直 x 軸於 B 。若以點 $A(1,0)$ 為切點的切線交 L 於 D ，則下列選項何者正確？

- (1) $m = \cos \theta$
 (2) $\overline{AD} = \tan \theta$
 (3) $\overline{BC} = \cos \theta$
 (4) $\overline{BC} = \overline{OB} \cdot \tan \theta$
 (5) $\overline{BC} = \frac{m}{\sqrt{m^2 + 1}}$

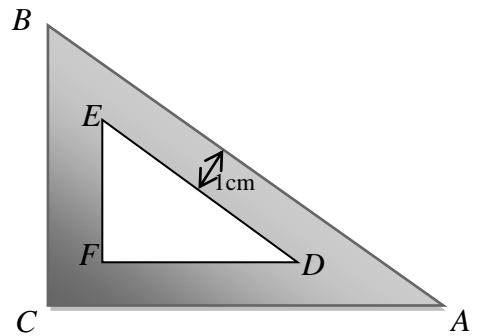


三、填充題：48% (每題 6 分)

1. 若 $\triangle ABC$ 的 $\angle A = 60^\circ$, $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 5$, 則 \overline{AC} 的長度為 _____。
2. 已知五邊形 $ABCDE$ 中, $\overline{AB} = 2$, $\overline{AE} = \overline{BC} = 3$, $\overline{CD} = \overline{DE} = 5$, $\overline{AD} = \overline{BD} = 7$, 則五邊形 $ABCDE$ 的面積為_____。
3. 小松 想知道某湖泊的對岸兩點 A, B 的距離, 便在 A 點的東、西兩側距離皆為 70 公尺的 C, D 兩點測得與 B 點的距離分別為 60 公尺與 100 公尺, 則 A, B 兩點的距離為 _____ 公尺。

4. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\angle B = 120^\circ, \angle C = 150^\circ$ ，若對角線 \overline{AC} 的長度為 3，則另一條對角線 \overline{BD} 的長度為 _____。

5. 有一塊塑膠製的三角板，如圖所示。已知三角板外圍三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin A = \frac{3}{5}$ 且周長為 36 公分。若三角板的塑膠部分寬度為 1 公分，則此三角板內側三角形 DEF 的周長為 _____ 公分。



6. 已知三角形的三邊長為 5, 7, k ，若此三角形為鈍角三角形且 k 為整數，則所有可能的 k 值總和為 _____。

7. 求 $\frac{1}{\tan^2 10^\circ} - \frac{1}{\cos^2 20^\circ} + \frac{1}{\tan^2 30^\circ} - \frac{1}{\cos^2 40^\circ} + \frac{1}{\tan^2 50^\circ} - \frac{1}{\cos^2 60^\circ} + \frac{1}{\tan^2 70^\circ} - \frac{1}{\cos^2 80^\circ}$ 之值為 _____。

8. 已知 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，則 $\sin^7 \theta + \cos^7 \theta$ 之值為 _____。

四、混合題：18% (每題 6 分)

笛卡兒年少時在一個偶然場合中認識了瑞典國王的女兒—克莉絲汀公主。這位公主非常熱衷於數學的學習，便邀請笛卡兒回宮中教她數學。進入宮中後，笛卡兒傾囊相授，公主的數學程度也大有進步。在朝夕相處之下，兩人日久生情，逐漸譜出一段戀曲。國王得知後大為震怒，下令將笛卡兒處死，但在公主的苦苦哀求下，國王才網開一面，將他逐出宮外。笛卡兒回到法國後，對於這段戀情仍無法忘懷，不斷寫信寄給克莉絲汀，但總是猶如石沉大海一般，沒有得到任何回音，因為他寫的信全部都被狠心的國王攔截沒收。後來，笛卡兒染上黑死病，身形日益憔悴。他自知來日無多，在臨終前寄出最後一封信，信中只有短短的一條公式「 $r = 1 - \sin \theta$ 」。國王拆開這封信後，因看不懂箇中含意，便破例將信交給了克莉絲汀；聰明的公主立刻解開謎題，利用極坐標畫出漂亮的圖形，那就是有名的「愛情心臟線」。

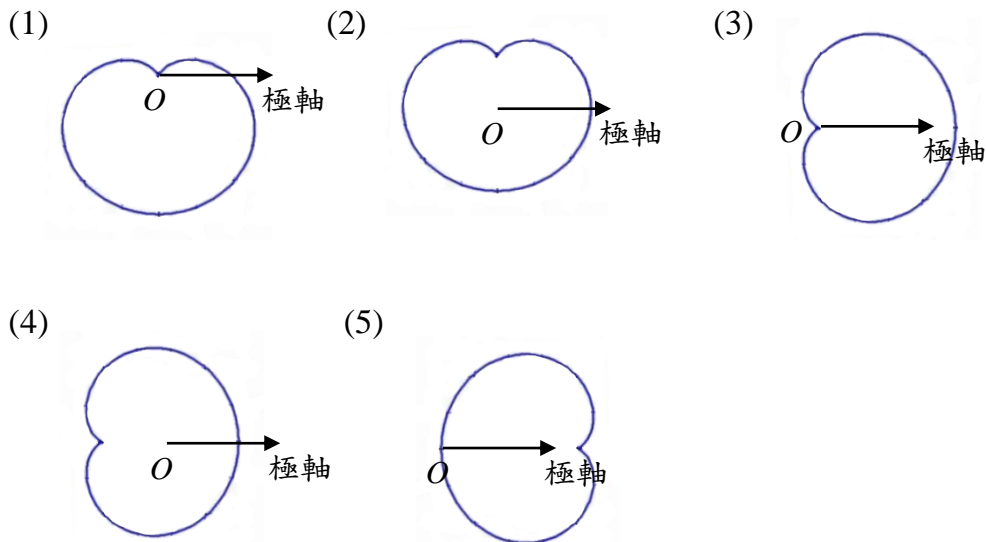
根據上文回答下列問題：

1. 下列選項何者在此「愛情心臟線」： $r = 1 - \sin \theta$ 上？

- (1) $[1, 0^\circ]$ (2) $[1, 180^\circ]$ (3) $[\frac{1}{2}, 150^\circ]$ (4) $[\frac{3}{2}, 210^\circ]$ (5) $[\frac{3}{2}, 240^\circ]$

(多選題：錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上或未作答 0 分)

2. 下列選項何者為此「愛情心臟線」： $r = 1 - \sin \theta$ 的圖形？(單選題)



3. 已知 $O[0, 90^\circ]$, $A[\frac{1}{2}, 30^\circ]$, $B[\frac{3}{2}, 330^\circ]$, $C[2, 270^\circ]$ 皆在「愛情心臟線」上，若 \overline{AC} 與 \overline{OB} 交於

D 點，求 D 點的極坐標。

(非選擇題：請詳列計算過程)

台北市立松山高中 111 學年度 第 2 學期 期末考 高一數學試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：10% (每題 5 分)

1.		2.	
----	--	----	--

二、多重選擇題：24%

(每題 6 分, 錯 1 個選項得 4 分, 錯 2 個選項得 2 分, 錯 3 個選項以上或未作答 0 分)

1.		2.		3.		4.	
----	--	----	--	----	--	----	--

三、填充題：48% (每題 6 分)

1.		2.		3.		4.	
5.		6.		7.		8.	

四、混合題：18% (每題 6 分)

1.	2.
3.	

台北市立松山高中 111 學年度 第 2 學期 期末考 高一數學試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：10% (每題 5 分)

1.	(4)	2.	(4)
----	-----	----	-----

二、多重選擇題：24%

(每題 6 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上或未作答 0 分)

1.	(2)(4)	2.	(1)(2)	3.	(3)(4)(5)	4.	(2)(4)(5)
----	--------	----	--------	----	-----------	----	-----------

三、填充題：48% (每題 6 分)

1.	$2 + \sqrt{13}$	2.	$\frac{23}{2}\sqrt{3}$	3.	$10\sqrt{19}$	4.	$\sqrt{3}$
5.	24	6.	37	7.	-4	8.	$\frac{41}{128}\sqrt{6}$

四、混合題：18% (每題 6 分)

1. (1)(2)(3)(4)	2. (1)
3. $D[\frac{2}{5}, 330^\circ]$	