

臺北市立松山高級中學 111 學年度第二學期高一數學期中考試卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

- () 1. 下列哪個選項的答案不是 C_3^5 ?
- (1) $(x-y^2)^5$ 展開式中 x^3y^4 項的係數
(2) 從 5 本不同的書，任意挑選 3 本的方法數
(3) 設樣本空間 $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， S 中含有二個樣本點的事件數
(4) 將 5 本不同的書，任意分給 3 人的方法數 (書分完，每人所得不限)
(5) 小嵩 近日發生「缺蛋危機」，目前小嵩 有 3 顆蛋，他計畫在下週一至週日的 7 天中，選擇其中 3 天吃蛋，若一天只能吃一顆蛋，且不能連續兩天吃蛋，求小嵩 計畫的方法數。
- () 2. 世界盃足球賽「決賽週」賽制如下：共有 32 隊參加，他們先分成八個小組 (每組 4 隊) 進行「單循環預賽」(小組內的每一隊需與其他隊各比賽一場)，每組取前 2 名 (小組賽中若有數隊積分相同則會以得失球數決定前 2 名，不再加賽) 參加照排定的程序進行 16 強「單敗淘汰賽」(輸一場則淘汰)，最後產生冠、亞軍和第三、四名 (尚要打一場以決定第三、四名)。試問主辦單位共需安排幾場比賽？
(1) 32 場 (2) 36 場 (3) 64 場 (4) 128 場 (5) 256 場。
- () 3. 甲、乙、丙三人到旋轉壽司餐廳用餐。餐廳現有 8 種壽司，每種壽司僅剩 2 盤。假設每種壽司每個人至多只能拿 1 盤，用餐後發現每種壽司都至少有人拿了 1 盤。試問 3 人拿取壽司的組合共有幾種？
(1) 7^8 (2) 6^8 (3) 5^8 (4) 3^8 (5) 2^8 。

二、多重選擇題(每題 6 分，共 12 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

- () 1. 下列各敘述哪些正確？
- (1) 敘述「2023 是奇數且是質數」為「真」
(2) 若有兩集合 A 、 B ，且 $A \subseteq B$ ，則 $A - B = \emptyset$
(3) 「 $x^2 > 4$ 」是「 $x > 2$ 」的充分條件
(4) 設 n 、 k 為正整數， $n \geq k \geq 2$ 且 $n - 2 \geq k$ ，則 $\frac{P_k^n}{k!} = C_k^{n-2} + 2C_{k-1}^{n-2} + C_{k-2}^{n-2}$
(5) 設 A 、 B 、 C 表三事件，且 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$ 、 $P(A \cap B) = P(B \cap C) = \frac{1}{6}$ 、
 A 、 C 為互斥事件，則 A 、 B 、 C 三事件中至少發生一件的機率為 $\frac{2}{3}$ 。

()2.投擲一公正骰子三次，每次出現點數分別為 a 、 b 、 c ，試問下列哪些選項是正確的？

(1) $a < b < c$ 的機率是 $\frac{5}{54}$

(2) $a + b + c = 7$ 的機率是 $\frac{5}{72}$

(3) a 、 b 、 c 中最大者為 4 的機率是 $\frac{37}{216}$

(4) $(a-1)(b-3)(c-5) = 0$ 的機率是 $\frac{91}{216}$

(5) $|a-2| + \sqrt{b-2} + (c-2)^2 = 1$ 的機率是 $\frac{5}{216}$

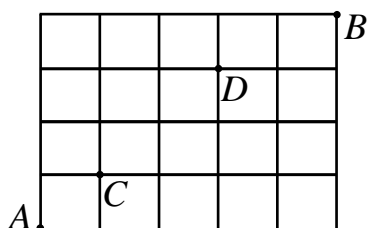
三、填充題(每格 6 分，共 66 分)

1.用 0, 1, 2, 3, 4, 5 作成三位數，但數字不可重複，則由小而大排列，第 45 個數為_____。

2.設 n 為正整數，若 $2000 < C_0^{2n+1} + C_2^{2n+1} + \dots + C_{2n}^{2n+1} < 5000$ ，則 $n =$ _____。

3.一袋中有編號 1~10 的黃色球 10 顆與編號 1~5 的紅色球 5 顆，假設每顆球被取出的機會均等，若從袋中一次取出 2 顆球，則取出顏色相異或號碼數乘積為奇數的機率為_____。

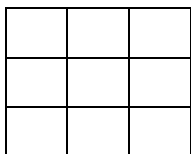
4.如圖，橫街 5 條，縱街 6 條，東非狒狒阿東由 A 取捷徑走到對角 B ，若 C 處有香蕉園一定要經過，而 D 處有獵人設的陷阱不能過，試問阿東經過 C 點而不經過 D 點的走法有_____種。



5. 已知「2023 大甲媽祖繞境活動」共 10 天，目前有 10 位攝影師（甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸）要完成此 10 天的攝影工作，一天只排一位攝影師且每天皆不同人，若第一天只能從甲、乙、丙、丁四人中產生，最後一天只能從甲、乙、辛、壬、癸五人中產生，且戊只能排第四天、己只能排第五天、庚只能排第六天，則排定攝影方案有_____種方法。

6. 臺灣高鐵從第一車到第 12 車共有 12 節車廂，為了加強服務乘客，要指定其中四節車廂設置自動販賣機若設置自動販賣機的 4 節車廂要兩兩不相銜接且第 6 車為商務車廂必定設置，則共有_____種方法。

7. 小崧買了一個雞蛋糕烤盤，如圖所示，烤盤有三列三行共 9 格，烤盤不可轉動也不可以翻動。小崧準備了紅豆、奶油、起司三種內餡，每一格恰裝一種內餡，每一種內餡各三格，今小崧隨意將 9 格放上內餡，每種擺放的機率皆相等，則發生每一行和每一列的內餡皆不同的機率為_____。



8. HBL 決賽開打，4 位男生（小松、小高、小鬆、小糕）和小美及其他 3 位女生，共 4 男 4 女，前往小巨蛋為學校球隊加油。試回答下列問題：

(1) 他們 8 人欲分坐兩輛計程車前往小巨蛋，若每輛計程車坐 4 人，不需管座位排列，其中小松、小高要求同車，則有_____種坐車方法。

(2) 到了小巨蛋門口，拿到贊助商發放之相同的汽水 3 瓶、相同的罐裝水 2 瓶，若 5 瓶需分完且每人最多拿到 1 瓶，則分給他們 8 人有_____種分法。

(3)中場休息時，場中有個趣味競賽，規定每隊5人，小松、小高、小鬆、小糕、小美決定參加，他們5人贏得比賽，可拿到主辦方提供的獎品，獎品有瑪利歐公仔4個、路易吉公仔3個、奇諾比奧公仔2個，試問參加的5人每人可任選一個，選獎品的方法有____種。

(4)結束應援，8人排成一列拍合照，若小鬆、小糕要排在一起，且小松要排在小鬆和小糕之前，且小高要排在小鬆和小糕之後，則有_____種直線排列的方法。

四、混合題(共10分)

松山高中舉辦園遊會，某攤位舉辦遊戲則如下：有一顆不公正的正六面體骰子，其六面點數分別為1、2、3、4、5、6，已知擲一次骰子，「擲出各點數的機率與該點數成正比」，依上述規則，試回答下列問題。

()1.(多選題)(4分，錯一個選項得2分，錯二個(含)以上得0分)
下列各敘述哪些正確？

(1)擲一次骰子，出現1點的機率為 $\frac{1}{6}$

(2)擲一次骰子，出現5點的機率為 $\frac{5}{6}$

(3)擲一次骰子，出現偶數點的機率比出現奇數點的機率大

(4)擲一次骰子，出現奇數點的機率比出現質數點的機率大

(5)擲一次骰子，出現的點數期望值是 $\frac{13}{3}$ 。

2.(計算題)(需詳列計算過程，否則不予計分)

(1)若每人參加此遊戲，擲一次骰子，若擲出 k 點可以得到獎金 $21k$ ，則獎金期望值為多少元？(5分)

(2)利用(1)說明，若玩一次此遊戲需付100元，是否公平？(1分)

臺北市立松山高級中學 111 學年度第二學期高一數學期中考答案卷

使用 班級	高一	班級		座號		姓名		得分	
----------	----	----	--	----	--	----	--	----	--

一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

1	2	3

二、多重選擇題(每題 6 分，共 12 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

1	2

三、填充題(每格 6 分，共 66 分)

1	2	3
4	5	6
7	8(1)	8(2)
8(3)	8(4)	

四、混合題(共 10 分)

1.(4 分)	2(1) (5 分)						2(2) (1 分)
	點數	1	2	3	4	5	6
	機率						

臺北市立松山高級中學 111 學年度第二學期高一數學期中考答案卷

使用 班級	高一	班級		座號		姓名		得分	
----------	----	----	--	----	--	----	--	----	--

一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

1	2	3
(4)	(3)	(2)

二、多重選擇題(每題 6 分，共 12 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

1	2
(2) (4) (5)	全

三、填充題(每格 6 分，共 66 分)

1	2	3
310	6	$\frac{3}{5}$
4	5	6
34	2160	40
7	8(1)	8(2)
$\frac{1}{140}$	30	560
8(3)	8(4)	
180	1680	

四、混合題(共 10 分)

1.(4 分)	2(1) (5 分)	2(2) (1 分)														
(3) (5)	<p>答：91 元。</p> <table border="1"> <tr> <td>點數</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>機率</td> <td>$\frac{1}{21}$</td> <td>$\frac{2}{21}$</td> <td>$\frac{3}{21}$</td> <td>$\frac{4}{21}$</td> <td>$\frac{5}{21}$</td> <td>$\frac{6}{21}$</td> </tr> </table> <p>獎金期望值為</p> $21[1 \times \frac{1}{21} + 2 \times \frac{2}{21} + 3 \times \frac{3}{21} + 4 \times \frac{4}{21} + 5 \times \frac{5}{21} + 6 \times \frac{6}{21}] = 91 \text{ 元。}$	點數	1	2	3	4	5	6	機率	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$	<p>答：否。</p> <p>因 $91 \neq 100$，故不公平。</p>
點數	1	2	3	4	5	6										
機率	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$										