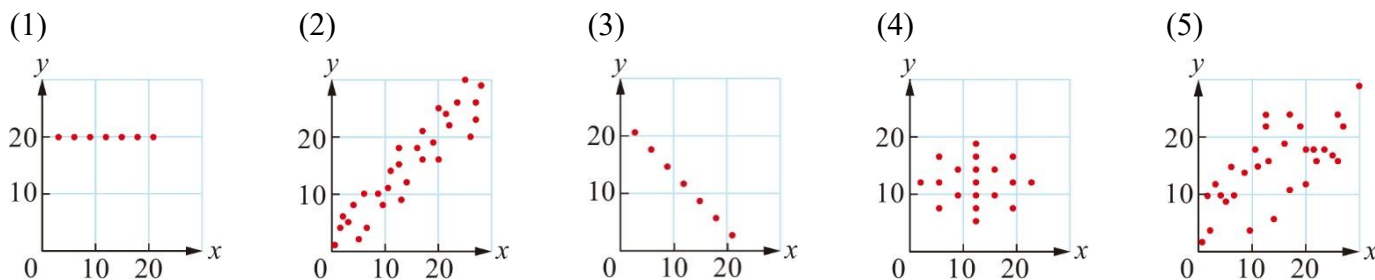


- 範圍：高中數學第二冊（三民版）第 2.3 章—數列與級數、數據分析
- 試卷：題目卷 3 張單面；答案卡 1 張；答案卷 1 張，答案卷請使用藍色或黑色原子筆作答。
- 小心作答，先把握會寫的題目喔！仔細檢查～祝考試順利！
- 若班級座號畫卡錯誤，酌扣 5 分。



一、 單選題（每題 4 分，共 12 分。）

- () 1. 下列有關兩變量 X 和 Y 的資料散布圖中，何者的相關係數最大？



- () 2. 毛毛某次段考的成績與全班的成績平均、標準差如下。試問以全班的分數來看，毛毛哪一科的表現最好？

	國文	英文	數學	化學
毛毛的成績	70	86	72	76
班平均	58	88	64	73
標準差	15	4	12	10

- (1) 國文 (2) 英文 (3) 數學 (4) 化學 (5) 無法比較

- () 3. 某公司統計 109 年、110 年的業績成長率分別為 28%、25%，若公司老闆希望 109 年到 111 年這三年的年平均成長率可以達到 40%(含)以上，請問此公司 111 年的業績成長率應該至少多少才可達成目標？（取至整數位）
 (1) 67% (2) 68% (3) 70% (4) 71% (5) 72%

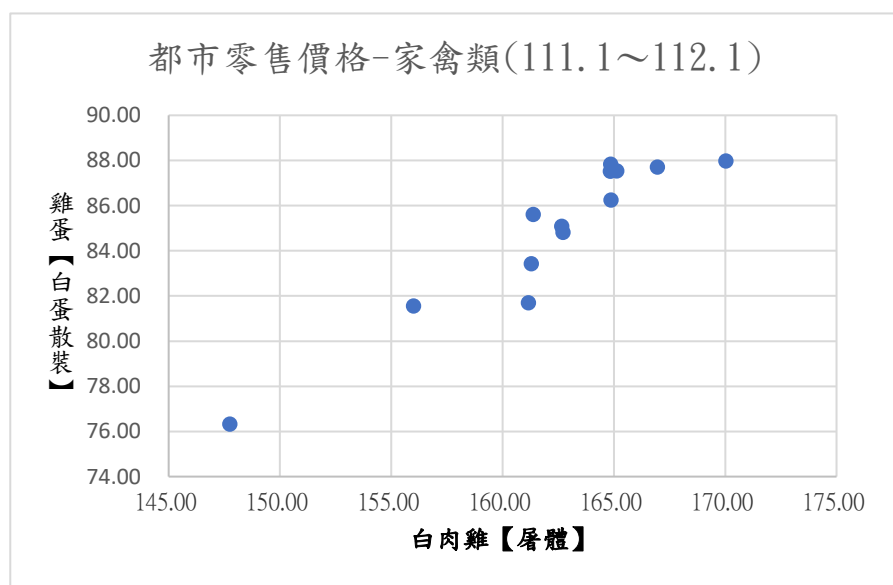
二、 多重選擇題（每題 8 分，共 32 分）

（錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯多於兩個選項或該題未作答得零分。）

- () 4. 試問下列何者正確？
- (1) 若數列 a_n 是等差數列， $\langle 4a_n \rangle$ 也是等差數列。
 - (2) 若數列 a_n 是等差數列， $\langle 3^{a_n} \rangle$ 是等比數列。
 - (3) 若數列 a_n 是等比數列，公比為 r ，則 $\langle 2a_n \rangle$ 是公比為 $2r$ 的等比數列。
 - (4) 若數列 a_n 是等差數列，且公差為 d 。若 $b_n = a_n + n$ ，則 b_1, b_2, \dots, b_n 是公差為 $d+1$ 的等差數列。
 - (5) 若數列 a_n 的前 n 項和為 $S_n = 3n^2 - 2n + 1$ ，則此數列為等差數列。
- () 5. 以下有 A、B、C、D 四組數據資料，關於各個統計量，下列何者正確？
 $A: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ， $B: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64$ ，
 $C: \sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}$ ， $D: -2, -4, -6, -8, -10, -12, -14, -16$
 且 A、B、C、D 四組的算術平均數分別為 $\mu_A, \mu_B, \mu_C, \mu_D$ ，標準差分別為 $\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C, \sigma_D$
- (1) 考慮 A、B 的算術平均數，則 $\mu_B = (\mu_A)^2$ 。
 - (2) 考慮 A、C 的標準差，則 $\sigma_C = \sqrt{\sigma_A}$ 。
 - (3) 考慮 A、D 的標準差，則 $\sigma_D = 2\sigma_A$ 。
 - (4) 考慮 D 組的第 30 百分位數， $P_{30} = -6$ 。
 - (5) 若將 A 組資料標準化為 F 組，則 F 組標準差為 1。

- () 6. 設有 40 筆資料 (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, 40$ 。已知平均 $\mu_x = 3$, $\mu_y = 6$, 且 x 與 y 的相關係數 $r = 0.8$, 若 y 對 x 的迴歸直線通過點 $(2, -2)$ 。試問下列哪些選項是正確的？
- (1) 迴歸直線的斜率為 0.8。
 - (2) x 的標準差小於 y 的標準差。
 - (3) y 對 x 的迴歸直線通過另一筆數據 $(4, 16)$ 。
 - (4) 若 $x'_i = -x_i + 3$, $y'_i = 2y_i + 1$, 則 x, y 的相關程度高於 x', y' 的相關程度。
 - (5) 若 $x'_i = -x_i + 3$, $y'_i = 2y_i + 1$, 則 y' 對 x' 的迴歸直線斜率為 -16 。
- () 7. 自 2022 年起世界各國都陸續傳出缺蛋及蛋價上漲的消息, 且持續影響至今。中華民國蛋價委員會(2023.3.6)公布雞蛋批發價格每台斤將調漲 3 元, 再創下疫情以來新高。據農委會新聞稿指出, 禽流感、飼料成本提升及氣候變遷影響, 成為台灣這一年來雞蛋價格持續上升的主因。因為台灣連續兩年出現缺蛋潮, 明翰讀完近期的新聞後好奇平常吃的雞肉和這則消息有沒有關係, 「白肉雞(X)」與「散裝雞蛋(Y)」一年內的都市零售價格(如表一); 並繪製散布圖(如圖一), 橫軸為白肉雞價格、縱軸為雞蛋價格。已知這兩組資料的相關係數為 0.94, 請問明翰對資料的解讀何者正確?(參考資料: 畜產品價格查詢系統)

現行品項平均價格查詢(單位: 元/公斤)		
日期	都市零售價格	
	家禽類	
	白肉雞【屠體】 (x)	雞蛋【白蛋散裝】 (y)
111 年 01 月	147.75	76.32
111 年 02 月	156.01	81.55
111 年 03 月	161.17	81.70
111 年 04 月	161.29	83.42
111 年 05 月	161.38	85.61
111 年 06 月	162.72	84.81
111 年 07 月	162.66	85.08
111 年 08 月	164.87	86.24
111 年 09 月	164.84	87.52
111 年 10 月	164.86	87.83
111 年 11 月	165.14	87.54
111 年 12 月	166.96	87.70
112 年 01 月	170.03	87.97



【圖一】

【表一】

- (1) 由白肉雞的每月平均價格可得知這 13 個月的最高價格為每公斤 170.03 元。
- (2) 這 13 個數據中, 雞蛋價格的標準差大於 10 元/公斤。
- (3) 這 13 個數據中, 白肉雞的價格與雞蛋的價格呈現正相關。
- (4) 若將白肉雞的價格改為以台斤計價 (1 台斤=0.6 公斤), 雞蛋維持公斤計價, 則兩者價格的相關係數會改變。
- (5) 若將這兩組資料 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, 13$ 標準化後, 其 y 對 x 的迴歸直線方程式斜率為 0.94。

三、 選填題 (每小格 6 分, 共 48 分)

A. 設相異三數成等差數列, 其和為 30。若將此三數依序減掉 1、4、6 後會成為等比數列, 則此三數中最大的數和最小的數乘積為 8 9

B. 求級數 $2 \times 1^2 + 5 \times 2^2 + 8 \times 3^2 + \dots + 26 \times 9^2$ 之和為 10 11 12 13

C. 若有一公差為正數的等差數列共 11 項, 首項為 19, 且這 11 個數的標準差為 $10\sqrt{10}$, 則此數列的末項為 14 15 16

$$\sqrt{\frac{17 \times 18}{19}}$$

D. 兩變量 x 與 y 的數據如下表，求 x 與 y 的相關係數為

x	1	2	4	5
y	2	3	2	5

E. 已知兩變數 X 、 Y 的數據如下：

x	6	4	5	3	7
y	1	5	a	b	2

若 Y 對 X 的迴歸直線為 $y = -\frac{4}{5}x + 7$ ，試求 $a \times b =$

F. 用大小一樣的鋼珠可以排成正三角形、正方形與正五邊形陣列，其排列的規律如圖二所示：

	正三角形陣列	正方形陣列	正五邊形陣列
每邊 1 個鋼珠			
每邊 2 個鋼珠			
每邊 3 個鋼珠			
每邊 4 個鋼珠			

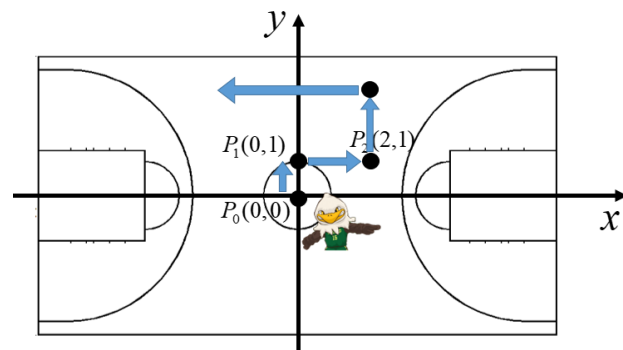
【圖二】

(1) 觀察正五邊形陣列，假設 a_n 為正五邊形陣列中每邊有 n 個鋼珠的圖形之總鋼珠數，且數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式是

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + An + B, n \geq 2 \end{cases}, \text{ 試求 } A - B \text{ 之值為 } \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) 若每邊 9 個鋼珠的正三角形陣列與每邊 10 個鋼珠的正方形陣列所用的鋼珠個數恰好可以排成每邊 n 個鋼珠的正五邊形陣列，則 $n =$ 。

G. 松山高中 HBL 的吉祥物小 E 在籃球比賽的中場時間都會到球場中央和觀眾互動。假設球場正中間為原點，今小 E 從球場正中間出發，每次移動的距離都是前一次的 2 倍，且他移動的方向依序為「向上、向右、向上、向左」四個為一週期重複循環。如圖三所示，第 1 次向上移動 1 單位到達 $P_1 = (0,1)$ ，第 2 次向右移動 2 單位到達 $P_2 = (2,1)$ ，第 3 次向上移動 4 單位到達 $P_3 = (2,5)$ ，第 4 次向左移動 8 單位到達 $P_4 = (-6,5)$ ，...。若第 n 次移動後剛好到達球場邊緣，此時 $P_n = (x_n, 1365)$ ，則 x_n 為



【圖三】

四、 非選題 (1 題，共 8 分)

1. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為：
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \frac{3a_{n-1} - 1}{4a_{n-1} - 1}, (n \geq 2) \end{cases}。$$

(1) 寫出 a_4 。(2 分)

(2) 猜測一般項 a_n 。試利用數學歸納法證明你的猜測。(6 分)【請寫在答案卷上!!!】

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

- 範圍：高中數學第二冊（三民版）第 2.3 章—數列與級數、數據分析
- 試卷：題目卷 3 張單面；答案卡 1 張；答案卷 1 張，答案卷請使用藍色或黑色原子筆作答。
- 小心作答，先把握會寫的題目喔！仔細檢查～祝考試順利！
- 若班級座號畫卡錯誤，酌扣 5 分。



答案卡得分	非選題得分	總分

四、非選題（1 題，共 8 分）

1. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為：
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \frac{3a_{n-1} - 1}{4a_{n-1} - 1}, (n \geq 2) \end{cases} \circ$$

(1) 寫出 a_4 。(2 分)

(2) 猜測一般項 a_n 。試利用數學歸納法證明你的猜測。(6 分)

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

- 範圍：高中數學第二冊（三民版）第 2.3 章—數列與級數、數據分析
- 試卷：題目卷 3 張單面；答案卡 1 張；答案卷 1 張，答案卷請使用藍色或黑色原子筆作答。
- 小心作答，先把握會寫的題目喔！仔細檢查～祝考試順利！
- 若班級座號畫卡錯誤，酌扣 5 分。



一、 單選題（每題 4 分，共 12 分。）

1. (2)	2. (1)	3. (5)
--------	--------	--------

二、 多重選擇題（每題 8 分，共 32 分）

（錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯多於兩個選項或該題未作答得零分。）

4. (1)(2)(4)	5. (3)(5)	6. (2)(5)	7. (3)(5)
--------------	-----------	-----------	-----------

三、 選填題（每小題 6 分，共 48 分）

A. 75	B. 5790	C. 119	D. $\frac{\sqrt{15}}{6}$
E. 12	F.(1) 5	F.(2) 10	G. 410

四、 非選題（1 題，共 8 分）

1. 設數列 $\{a_n\}$ 的遞迴關係式為：
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \frac{3a_{n-1} - 1}{4a_{n-1} - 1}, (n \geq 2) \end{cases}。$$

(1) 寫出 a_4 。(2 分)

(2) 猜測一般項 a_n 。試利用數學歸納法證明你的猜測。(6 分)

解：(1) 由遞迴關係式可得 $a_2 = \frac{2}{3}$, $a_3 = \frac{3}{5}$, $a_4 = \frac{4}{7}$ (2 分)

(2) 由(1)猜測 $a_n = \frac{n}{2n-1}$ (1 分)

① 當 $n=1$ 時， $a_1 = \frac{1}{2 \times 1 - 1} = \frac{1}{1} = 1$ ，成立(1 分)

② 設 $n=k$ 時成立，即 $a_k = \frac{k}{2k-1}$ (1 分)

則當 $n=k+1$ 時

$$a_{k+1} = \frac{3a_k - 1}{4a_k - 1} = \frac{3 \times \frac{k}{2k-1} - 1}{4 \times \frac{k}{2k-1} - 1} = \frac{3k - (2k-1)}{4k - (2k-1)} = \frac{k+1}{2k+1} = \frac{(k+1)}{2(k+1)-1} \quad (2 \text{ 分})$$

即 $n=k+1$ 時亦成立

故由數學歸納法可知：對於所有的正整數 n ， $a_n = \frac{n}{2n-1}$ 恆成立(1 分)