

台北市立松山高中 111 學年度第一學期期末考高一數學科試題

範圍：第三章多項式函數 班級：____ 座號：____ 姓名：_____

一、單選題 (20 分) (每題 4 分，不倒扣)

1. 二次函數 $f(x) = x^2 + 4x + 2$ ，當變數 x 在 $-4 \leq x \leq -3$ 的範圍時，求 $f(x)$ 的最小值？
(A) -2 (B) 2 (C) -1 (D) 1 (E) 0
2. 已知 $f(x)$ 除以 $x^2 - 2x - 3$ 的餘式為 $x + 2$ ，求 $f(x)$ 除以 $x - 3$ 的餘式為何？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
3. 設多項式 $f(x) = x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 27x$ ，試求 $f(-7)$ 之值？
(A) -91 (B) -13 (C) -3 (D) 13 (E) 91
4. 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式，已知 $f(x)$ 在 $x = -2$ 時有最大值 1，且 $f(-3) = -5$ 。試問 $f(0)$ 之值為下列哪一個選項？
(A) -21 (B) -22 (C) -23 (D) -24 (E) 條件不足，無法確定
5. $y = f(x) = ax^3 + cx$ 的圖形在 $x = 1$ 附近的局部特徵近似(一次近似) $y = 12(x - 1) + 4$ ，則 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 的餘式為下列哪一個選項？
(A) -8 (B) -4 (C) 0 (D) 4 (E) 8

二、多重選擇題 (20 分) (每題全對 5 分，錯一個得 3 分，錯兩個 1 分，其餘零分)

1. 已知 $f(x), g(x), q(x), r(x)$ 均為多項式，設 a, b, c, k 均為實數。請問下列敘述何者正確？
(A) 若 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，則 $f(x)$ 的領導係數為 a
(B) 若 $g(x) = ax^2 + bx + c$ 為常數多項式，則 $a = b$
(C) 若 $f(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$ ，則 $r(x) = 0$ 或 $0 \leq \deg r(x) < \deg g(x)$
(D) 若 $f(x) = k$ ，則 $f(x)$ 為零次多項式
(E) 若 $f(x), g(x)$ 皆非零多項式，則 $\deg(f(x) \cdot g(x)) = \deg f(x) + \deg g(x)$
2. 下列何者為多項式 $6x^3 - x^2 - 19x - 6$ 的因式？
(A) $x + 2$ (B) $x - 2$ (C) $2x + 3$ (D) $3x - 1$ (E) $3x + 1$ 。
3. 設 $\deg f(x) \geq 4$ ，若 $f(x)$ 除以 $(x - 1)^2$ 餘式為 $3x + 2$ ， $f(x)$ 除以 $(x + 2)^2$ 餘式為 $5x - 3$ ，請問下列敘述何者正確？
(A) $x - 1$ 除 $f(x)$ 餘式為 5
(B) $x + 2$ 除 $f(x)$ 餘式為 -13
(C) $(x - 1)(x + 2)$ 除 $f(x)$ 餘式為 $6x - 1$
(D) $(x - 1)^2(x + 2)$ 除 $f(x)$ 餘式為 $-x^2 + 5x + 1$
(E) $(x - 1)^2(x + 2)^2$ 除 $f(x)$ 餘式為 $x^3 - x^2 + 2x + 3$

4. 下列哪些不等式與 $(x-1)(x-2) > 0$ 有相同的解？

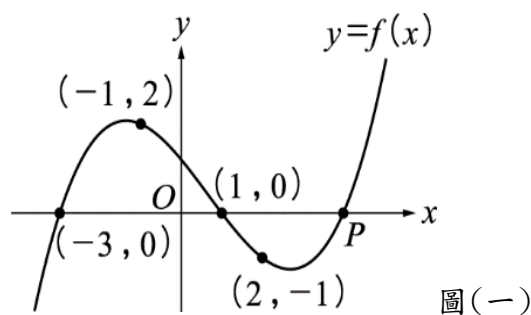
- (A) $(x-1)(x-2)(x-3)^2 \geq 0$
- (B) $(1-x)(2-x) > 0$
- (C) $(x-1)(x-2)(x+3)^2 > 0$
- (D) $(x-1)(x-2)(-x^2+2x-5) > 0$
- (E) $(x-1)^3(x-2)^5 > 0$

三. 填充題 (50分) (全對才給分) (每格5分)

1. 試求以 $(2x+1)$ 除 $(12x^3+x+12)$ 之商式_____。
2. 設 a, b, c 均為實數。 $x^2+x+2 = a(x-1)(x-2) + b(x-2)(x-3) + c(x-3)(x-1)$ 。
試求 $b =$ _____。
3. 已知 $f(x) = x^{2023} + 6x^3 - 6x^2 + 6x$ 除以 $(x-1)$ 的餘式為_____。
4. 若二次函數 $f(x) = kx^2 + 6x + (k+9)$ 的圖形恆在函數 $g(x) = -2x + 3$ 圖形的上方，
試求實數 k 的範圍_____。
5. 試解不等式： $(x^2-4)(x^3-1) \geq 0$ 請用區間表示為_____。
6. 設 $f(x)$ 為一多項式， $\deg f(x) \geq 2$ ，若 $f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 -3 ，
 $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 6 ，則 $f(x)$ 除以 x^2-x-2 的餘式為_____。
7. 試求三次函數 $y = f(x) = -3x^3 - 9x^2 - 2x + 1$ 圖形的對稱中心_____。
8. 若將 $y = 2x^3 - 6x^2 + 2x + 5$ 沿著 x 軸方向平移 h 單位，再沿著 y 軸方向平移 k 單位後變成對稱中心為 $(5, 4)$ 的三次函數 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，其中 a, b, c, d, h, k 均為實數
試求 $c =$ _____。
9. 已知 $f(x) = 2x^3 + 5x - 8$ ， $g(x) = x^2 + ax + b$ ，其中 $a \neq 0, b \neq 0$ 均為實數
某人計算 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 時，將 x^3 誤看成 x^2 ，因而計算出餘式為 $x-6$ ，
試求 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 的正確餘式為_____。
10. 已知三次函數 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(1, 2)$ ，
且通過 $(2, 3)$ 與 $(3, 16)$ 兩點，試求 $y = f(4) =$ _____。

四. 混合題 (10分)

1. 三次實係數多項函數 $y = f(x)$ 部分圖形，如下圖(一)所示，



- (1) 試求 P 點坐標為(____, 0)。(填充題 2分)
- (2) 廣域看函數 $y = f(x)$ 的圖形特徵會近似於函數 $h(x)$ 的圖形，
則 $h(x) = ?$ (拉遠看) (填充題 2分)
- (3) 求此三次多項函數 $y = f(x)$ 。(計算題 3分)
- (4) 問 $y = f(x)$ 圖形在 $x=2$ 附近的局部特徵一次近似為函數 $g(x)$ 的圖形，
則 $g(x) = ?$ (拉近看) (計算題 3分)

台北市立松山高中 111 學年度第一學期期末考高一數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題 (20 分) (每題 4 分，不倒扣)

1	2	3	4	5
C	E	A	C	B

二、多重選擇題 (20 分) (每題全對 5 分，錯一個得 3 分，錯兩個 1 分，其餘零分)

1	2	3	4
BE	BCE	ABCD	BE

三、填充題 (50 分) (全對才給分) (每格 5 分) *第 5 格作答請用區間表示*

1	2	3	4	5
$6x^2 - 3x + 2$	2	7	$k > 2$	$[-2, 1] \cup [2, \infty)$
6	7	8	9	10
$3x$	$(-1, -3)$	146	$15x - 12$	53

四、混合題 (10 分) *第(3)題. 第(4)題需寫出完整的計算過程*

若空格不夠，可寫在背面，但須在正面說明。

1. (1) $P(4, 0)$ (填充題 2 分) (2) $h(x) = \frac{1}{10}x^3$ (填充題 2 分)	
(3) 設 $f(x) = (x+3)(x-1)(ax+b)$ $f(-1) = 2, f(2) = -1$ 代入上式 整理解得 $a = \frac{1}{10}, b = \frac{-4}{10}$ $f(x) = \frac{1}{10}(x+3)(x-1)(x-4)$ 或 $f(x) = \frac{1}{10}x^3 - \frac{1}{5}x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{6}{5}$ (計算題 3 分)	(4) $f(x) = \frac{1}{10}(x^3 - 2x^2 - 11x + 12)$ $f(x) = \frac{1}{10}[(x-2)^3 + 4(x-2)^2 - 7(x-2) - 10]$ 在 $x=2$ 附近的局部特徵一次近似為 $g(x) = \frac{-7}{10}(x-2) - 1$ 或 $g(x) = \frac{-7}{10}x + \frac{2}{5}$ (計算題 3 分)