

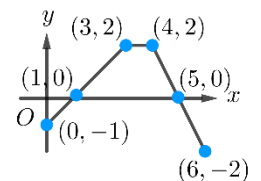
臺北市立松山高級中學 110 學年度第 1 學期期末考高三社一班群數學試卷

一、單選題：（每題 4 分，共 12 分）

- 試問函數 $f(x) = x^3 - 4x$ 的圖形在區間 $[-2, 2]$ 與 x 軸所圍區域面積為何？
 (A) 0 (B) 4 (C) 8 (D) 12 (E) 24
- 試問定積分 $\int_0^1 (1 + \sqrt{1-x^2}) dx$ 的值為何？
 (A) π (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2} + 1$ (E) $\frac{\pi}{4} + 1$
- 設函數 $f(x) = 4x - 1$ ，且 $F(a) = \int_0^a f(x) dx$ ，試問 $F(a)$ 的最小值為何？
 (A) $-\frac{1}{8}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{1}{8}$

二、多選題：（每題 6 分，共 18 分。錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個以上得 0 分）

- 設函數 $f(x) = 3x^2 - 1$ ，試選出 $f(x)$ 的反導函數。
 (A) $6x$ (B) x^3 (C) $-x^3$ (D) $x^3 - x$ (E) $x^3 - x - 1$
- 設實數 $a \leq b \leq c$ ，試選出正確的選項。
 (A) $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ (B) $\int_{a-1}^a f(x) dx = \int_a^{a+1} f(x) dx$
 (C) $\int_a^b (-f(x)) dx = \int_b^a f(x) dx$ (D) $\int_a^c f(x) dx - \int_a^b f(x) dx = \int_b^c f(x) dx$
 (E) $\int_a^b |f(x)| dx \leq \left| \int_a^b f(x) dx \right|$
- 設函數 $f(x)$ 圖形如右，其中 $f(x)$ 的定義域為區間 $[0, 6]$ ，試選出正確的選項。



- (A) 若區間 $[0, 6]$ 中的兩實數 a, b ，其中 $a \leq b$ ，使得 $\int_a^b f(x) dx$ 最大，則 $(a, b) = (1, 5)$
- (B) 函數 $f(x)$ 在區間 $[1, 5]$ 的平均為 $\frac{5}{4}$
- (C) 函數 $f(x)$ 在區間 $[0, 6]$ 的平均為 $\frac{13}{12}$
- (D) 函數 $2f(x)$ 在區間 $[1, 6]$ 的平均為 $\frac{8}{5}$
- (E) 函數 $-f(x)$ 在區間 $[1, 6]$ 的平均為 $\frac{6}{5}$

三、填充題：（每格 7 分，共 56 分）

1. 試求下列定積分之值：

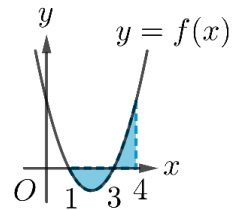
(1) $\int_{-3}^3 (x+3)(x-3)dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\int_{-1}^2 \frac{|x-1|}{2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 設定積分 $\int_1^4 (x^2 - 2x + c)dx = 21$ ，試求實數 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 試求不定積分 $\int (2x^2 + x - 3)dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 設函數 $g(x) = x^3 - 3x^2 + cx - 2021$ 為 $f(x)$ 的反導函數，且 $f(1) = 0$ ，試求實數 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 如右圖，函數 $f(x) = (x-2)^2 - 1$ ，試求函數 $f(x)$ 的圖形在區間 $[1, 4]$ 與 x 軸所圍（陰影區域）面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



6. 某製造商生產一款 VR 眼鏡的邊際成本函數 $C'(x) = 0.009x^2 - 0.4x + 10$ (元/支)，其中 x 為 VR 眼鏡的產量(支)，且固定成本 $C(0) = 1400$ (元)。試求：

(1) 生產前 30 支 VR 眼鏡的總成本，即 $C(30) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 產量從 30 支 VR 眼鏡變動到 60 支增加的總成本，即 $C(60) - C(30) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、計算題：（共 14 分）

1. 請舉例說明下列等式不一定成立： $\int_a^b f(x)g(x)dx = \left(\int_a^b f(x)dx\right) \cdot \left(\int_a^b g(x)dx\right)$ 。

即找實數 a, b 與函數 $f(x), g(x)$ ，使得 $\int_a^b f(x)g(x)dx \neq \left(\int_a^b f(x)dx\right) \cdot \left(\int_a^b g(x)dx\right)$ 。（4分）

2. 設某產品的需求函數 $D(x) = 700 - x^2$ (元/個)，供給函數 $S(x) = 200 + 5x$ (元/個)。試求：

(1) 均衡量與均衡價。（2分，2分）

(2) 消費者剩餘與生產者剩餘。（3分，3分）

臺北市立松山高級中學 110 學年度第 1 學期期末考高三社一班群數學答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、 單選題：（每題 4 分，共 12 分）

1	2	3

二、 多選題：（每題 6 分，共 18 分。錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個以上得 0 分）

1	2	3

三、 填充題：（每格 7 分，共 56 分）

1.(1)	1.(2)	2	3
4	5	6.(1)	6.(2)

四、 計算題：（共 14 分）

1. (4 分)	2.(1) (2 分，2 分) (2) (3 分，3 分)
----------	-------------------------------

臺北市立松山高級中學 110 學年度第 1 學期期末考高三社一班群數學答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：（每題 4 分，共 12 分）

1	2	3
C	E	A

二、多選題：（每題 6 分，共 18 分。錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個以上得 0 分）

1	2	3
DE	CD	ABD

三、填充題：（每格 7 分，共 56 分）

1.(1)	1.(2)	2	3
-36	$\frac{5}{4}$	5	$\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3x + c$ ， c 為任意實數
4	5	6.(1)	6.(2)
3	$\frac{8}{3}$	1601	327

四、計算題：（共 14 分）

<p>1. (4 分)</p> <p>反例不唯一。</p> <p>令 $f(x) = g(x) = 1$, $a = 0$, $b = 2$，</p> <p>則 $\int_a^b f(x)g(x)dx = \int_0^2 1dx = 2$，</p> <p>但 $\left(\int_a^b f(x)dx\right) \cdot \left(\int_a^b g(x)dx\right) = \left(\int_0^2 1dx\right) \cdot \left(\int_0^2 1dx\right)$</p> <p style="text-align: center;">$= 2 \cdot 2 = 4$。</p>	<p>2.(1) (2 分，2 分)</p> <p style="text-align: center;">20 個，300 元。</p> <p>(2) (3 分，3 分)</p> <p style="text-align: center;">$\frac{16000}{3}$ 元，1000 元。</p>
--	--