

臺北市立松山高中 110 學年度第一學期期末考高二社數 B 試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題：每題 8 分，共 32 分。

() 1. $ABCDE$ 為正五邊形，那麼下列向量內積中何者最小？ (1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ (2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$
(3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ (4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DE}$ (5) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EA}$ 。

() 2. 已知 \vec{a} 、 \vec{b} 為平面上兩個相異的非零向量，下列哪些敘述正確？

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (2) 若 $\vec{a} // \vec{b}$ ，則 \vec{a} 、 \vec{b} 的夾角為 0°

(3) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，則 $\vec{a} \perp \vec{b}$ (4) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$

(5) $-|\vec{a}| |\vec{b}| \leq \vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ 。

() 3. \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 為平面上三個非零向量，下列各敘述何者為真？

(1) 若 $|\vec{b}| = 1$ ，則 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影為 $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{b}$

(2) \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影和 \vec{b} 垂直

(3) 設 t 為實數，當 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 有最小值時， $(\vec{a} + t\vec{b})$ 必垂直 \vec{a}

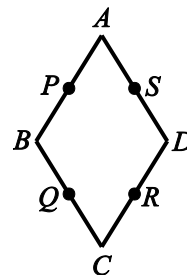
(4) 設 t 為實數，當 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 有最小值時， $t = -\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2}$

(5) 若 $\vec{a} = (7, 4)$ ， $\vec{b} = (1, 2)$ ， $\vec{c} = (3, 6)$ ，則 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影和 \vec{a} 在 \vec{c} 上的正射影相等。

() 4. 右圖中菱形 $ABCD$ 的四邊中點分別為 P 、 Q 、 R 、 S ，則下列哪些敘述正確？

(1) $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{PQ}$ (2) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

(3) $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ (4) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ (5) $\overrightarrow{PR} \cdot \overrightarrow{QS} = 0$ 。



二、填充題：每格 5 分，共 50 分。

1. 設 $\triangle ABC$ 的三頂點為 $A(3, -2)$ ， $B(-1, -4)$ ， $C(6, -3)$ ，

求(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ (A) ，(2) $\angle A =$ (B) 。

2. 正三角形 ABC 邊長為 2， G 為重心，且 D, E 分別為 \overline{BC} 上之三等分點，

則 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AG} =$ (C) 。

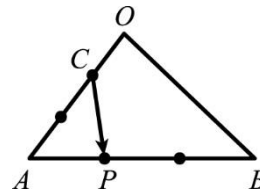
3. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長為 $\overline{AB}=6$ 、 $\overline{BC}=7$ 、 $\overline{AC}=5$ ，求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \underline{\hspace{2cm}} (D)$ 。

4. 已知三角形 ABC 中， $\overline{AB}=4$ 、 $\overline{BC}=5$ 且 $\overline{CA}=6$ ，

若 I 為三角形 ABC 的內心，其中 $\overrightarrow{AI} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$ ，試求數對 $(\alpha, \beta) = \underline{\hspace{2cm}} (E)$ 。

5. 如圖，在 $\triangle OAB$ 中， C, P 分別為 $\overline{OA}, \overline{AB}$ 邊上的三等分點。

已知 $\overrightarrow{CP} = x \overrightarrow{OA} + y \overrightarrow{OB}$ ，求數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}} (F)$ 。



6. 設 $\triangle ABC$ 為平面上的一個三角形， P 為平面上一點且 $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{5} \overrightarrow{AB} + s \overrightarrow{AC}$ ，其中 s 為一實數。

請問 s 的最大範圍 $\underline{\hspace{2cm}} (G)$ ，使得 P 點落在 $\triangle ABC$ 的內部(不含邊界)。

7. 設 $\overrightarrow{OA} = (3, 2)$ ， $\overrightarrow{OB} = (1, -2)$ ，若 $\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{OB}$ ， $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{OA}$ ，且 $\overrightarrow{OD} = (2, -5)$ ，則 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} = \underline{\hspace{2cm}} (H)$ 。

8. 設 \vec{u} 、 \vec{v} 為兩非零向量，若 $|\vec{u}| = 2|\vec{v}| = |\vec{u} + 2\vec{v}|$ ，且 θ 為 \vec{u} 和 \vec{v} 之夾角，

則 $\cos \theta = \underline{\hspace{2cm}} (I)$ 。

9. 直線 L 通過點 $P(0, 3)$ 且與直線 $3x + 4y - 12 = 0$ 的夾角為 45° ，則 L 的方程式為 $\underline{\hspace{2cm}} (J)$ 。

三、計算題：18分(要有計算過程)

1. 將向量 $\vec{a} = (4, 7)$ 分解成兩個向量的和，其中一個向量與 $\vec{b} = (2, 1)$ 平行，另一個向量與 \vec{b} 垂直。

2. 在河的南岸某渡口處，河水以 12 (公里/小時)的速度向東流，渡船相對於水的速度為 24 (公里/小時)。若要使渡船到達對岸的航程最短，則渡船的航行方向為何？

3. 小明在天文網站上看到以下的資訊「可利用北斗七星斗杓的天璇與天樞這兩顆星來尋找北極星：由天璇起始向天樞的方向延伸便可找到北極星，其中天樞與北極星的距離為天璇與天璇距離的 5 倍。」今小明將所見的星空想像成一個坐標平面，其中天璇的坐標為 $(9, 8)$ 及天樞的坐標為 $(7, 11)$ 。依上述資訊可以推得北極星的坐標為何？

臺北市立松山高中 110 學年度第一學期第二次段考高二社數 B 答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：每題 8 分，共 32 分。

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上不得分)

1	2	3	4

二、填充題：每格 5 分，共 50 分。

A	B	C	D	E
F	G	H	I	J

三、計算題：18 分(要有計算過程)

- 將向量 $\vec{a} = (4, 7)$ 分解成兩個向量的和，其中一個向量與 $\vec{b} = (2, 1)$ 平行，另一個向量與 \vec{b} 垂直。
- 在河的南岸某渡口處，河水以 12(公里/小時)的速度向東流，渡船相對於水的速度為 24(公里/小時)。若要使渡船到達對岸的航程最短，則渡船的航行方向為何？
- 小明在天文網站上看到以下的資訊「可利用北斗七星斗杓的天璇與天樞這兩顆星來尋找北極星：由天璇起始向天樞的方向延伸便可找到北極星，其中天樞與北極星的距離為天樞與天璇距離的 5 倍。」今小明將所見的星空想像成一個坐標平面，其中天璇的坐標為(9,8)及天樞的坐標為(7,11)。依上述資訊可以推得北極星的坐標為何？

臺北市立松山高中 110 學年度第一學期第二次段考高二社數 B 答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：每題 8 分，共 32 分。

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上不得分)

1	2	3	4
34	1345	145	1234

二、填充題：每格 5 分，共 50 分。

A	B	C	D	E
-10	135°	2	-30	$\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{15}\right)$
F	G	H	I	J
$\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$	$0 < S < \frac{3}{5}$	-8	$\frac{-1}{2}$	$x - 7y = -21$ $7x + y = 3$

三、計算題：18 分(要有計算過程)

1. 將向量 $\vec{a} = (4, 7)$ 分解成兩個向量的和，其中一個向量與 $\vec{b} = (2, 1)$ 平行，另一個向量與 \vec{b} 垂直。

ANS: $\vec{a} = (6, 3) + (-2, 4)$

2. 在河的南岸某渡口處，河水以 12(公里/小時)的速度向東流，渡船相對於水的速度為 24(公里/小時)。若要使渡船到達對岸的航程最短，則渡船的航行方向為何？

ANS: 北偏西 30°

3. 小明在天文網站上看到以下的資訊「可利用北斗七星斗杓的天璇與天樞這兩顆星來尋找北極星：由天璇起始向天樞的方向延伸便可找到北極星，其中天樞與北極星的距離為天璇與天璇距離的 5 倍。」今小明將所見的星空想像成一個坐標平面，其中天璇的坐標為(9,8)及天樞的坐標為(7,11)。依上述資訊可以推得北極星的坐標為何？

ANS: $(-3, 26)$