

班級：3 年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

範圍：翰林版高中數學選修數甲(上)第 2 單元-微分

考試說明：

A. 試題卷 2 張 4 面，答案卷 1 張 2 面，請把最終答案寫在「答案卷」上。

B. 答案卷上請使用黑(藍)色原子筆作答，大家加油！Do your best 😊

一、是非題 (10 分)

說明：第 1 題至第 5 題，敘述正確的打「○」，錯誤的打「×」。各題答對者，得 2 分；答錯、未作答者，該題以 0 分計算。

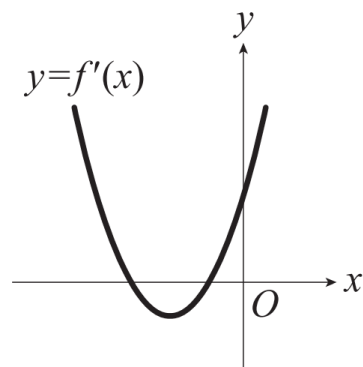
1. 高斯函數 $f(x) = [x]$ 在 $x = \frac{3}{5}$ 處可微分。(高斯符號 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數)
2. 若 m 是函數 $f(x)$ 的一個極小值，且 M 是函數 $f(x)$ 的一個極大值，則 $M \geq m$ 。
3. 若 $f'(a) = 0$ ，則函數 $f(x)$ 在 $x = a$ 處有極值。
4. 若 $f''(a) = 0$ ，則點 $(a, f(a))$ 為函數 $f(x)$ 圖形的反曲點。
5. 若三次函數 $y = f(x)$ 的圖形有極大值點、反曲點與極小值點，則依序此三點的 x 坐標成等差數列。

二、多選題 (24 分)

說明：第 6 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以 0 分計算。

6. 已知三次函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的導函數 $f'(x)$ 圖形如圖【一】所示，試選出正確的選項。

- (1) $a > 0$
- (2) $b > 0$
- (3) $c > 0$
- (4) $d > 0$
- (5) $b^2 - 3ac > 0$ 。



圖【一】

7. 設 $f(x) = (x-2)|x-2|$ ，試選出正確的選項。

- (1) $f(2) = 0$
- (2) $f'(2)$ 不存在
- (3) $f(x)$ 在 $x = 2$ 處連續但不可微分
- (4) $f(x)$ 在 $x = 2$ 處連續亦可微分
- (5) $f(x)$ 在 $x = 2$ 處不連續亦不可微分。

8. 設 $f(x)$ 為 n 次多項式函數 ($n \in \mathbb{N}$)，試選出正確的選項。

- (1) 若 $f(x)$ 為嚴格遞增函數，則 $f'(x) = 0$ 沒有實根
- (2) 若 $f(x) = 0$ 有四個相異實根，則 $f'(x) = 0$ 的相異實根至少有三個
- (3) 若 $n = 4$ ，則 $f(x)$ 的圖形最多有二個反曲點
- (4) 若 $n = 5$ ，則 $f(x)$ 至少有一個極值點
- (5) 若 $f(x)$ 在 $x = 3$ 與 $x = 6$ 處有極值點，則 $f(x)$ 在 $x = 3$ 與 $x = 6$ 之間有反曲點。

三、選填題 (50 分)

說明：第 9 題至第 16 題，每小題 5 分；該小題須全部答對才給分，答錯不倒扣。

◎ 選填題必須依各題的格式填答，且每一個列號只能填上「1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, -, ±」其中一個。請仔細閱讀下面例子。例：以本次考試第 9 題為例，答案格式為 $\textcircled{9-1}$ $\textcircled{9-2}$ $\textcircled{9-3}$ ，若依題意計算出來的答案是 485，則在答案卷上的「9-1 欄位」填上「4」，「9-2 欄位」填上「8」，「9-3 欄位」填上「5」，三格皆須答對才得 5 分。

9. 若函數 $f(x) = (2x - 5)^{20} (x - 1)^{10}$ ，則 $f'(2)$ 之值為 $\textcircled{9-1}$ $\textcircled{9-2}$ $\textcircled{9-3}$ 。

10. 若函數 $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 3x + 1}$ ，則 $f'(0)$ 之值為 $\textcircled{10-1}$ 。

11. 設函數 $f(x) = \begin{cases} x^3 + x, & x \geq 1 \\ ax^2 + b, & x < 1 \end{cases}$ ，若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 處可微分，則 $a \times b$ 之值為 $\textcircled{11-1}$ 。

12. 函數 $f(x) = x^{12} + x^6 - x + 3$ 在 $x = -1$ 附近的一次近似為 $y = \frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2} \textcircled{12-3}}{\textcircled{12-4} \textcircled{12-5}} x - \frac{\textcircled{12-4} \textcircled{12-5}}{\textcircled{12-4} \textcircled{12-5}}$ 。

(備註：一次近似又稱一次估計)

13. 若多項式函數 $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 的餘式為 $4x$ ，則

(A) $f(1) + f'(1)$ 之值為 $\textcircled{13-1}$ 。

(B) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x^2 - 1}$ 之值為 $\textcircled{13-2}$ 。

(C) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 f(1) - f(x^2)}{x^2 - 1}$ 之值為 $\textcircled{13-3}$ 。

14. 設 P 點在拋物線 $y = x^2$ 上移動，若 P 點與點 $A(3,0)$ 最近的距離為 \sqrt{s} ，則 s 之值為 $\textcircled{14-1}$ 。

15. 若三次多項式函數 $f(x) = x^3 + kx^2 - 4kx - 7$ 沒有極值，且其圖形之反曲點的坐標為格子點，則 k 可能的值之總和為 $\textcircled{15-1} \textcircled{15-2} \textcircled{15-3}$ 。(備註：格子點表示該點的 x, y 坐標皆為整數)

16. 設 $f(x)$ 為三次多項式函數，已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -3$ ，且 $f(x)$ 在 $x=2$ 處有極值。若過 $f(x)$ 圖形上一點 $(-1, f(-1))$ 的切線方程式為 $9x - y + 7 = 0$ ，則 $f(5)$ 之值為 16-1 16-2。

四、混合題 (16 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。「計算題」請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17. 魔法森林世界中，「魔法 Q 彈棒」與「Q 彈棒」皆由「QQ 彈」變形得來。這 QQ 彈原始狀態是一個底圓半徑為 15 公分、高為 60 公分的圓柱體，它在變形時永遠保持為圓柱體。變形時底圓半徑會以每秒 1 公分的等速率縮短，而高以每秒 10 公分的等速率增長。已知 QQ 彈的底圓半徑只能從 15 公分縮到 5 公分為止，且 QQ 彈在開始變形 t 秒後的體積為 $V(t)$ 。

當 QQ 彈體積變為最大時為「Q 彈棒」，而 QQ 彈體積變為最小時為「魔法 Q 彈棒」。

試回答下列問題。

- (A) 若 QQ 彈在開始變形 t 秒後的體積為 $V(t) = \pi(15 - at)^2(60 + bt)$ ， $0 \leq t \leq 10$ ，則實數 a 之值為 _____，實數 b 之值為 _____。(填充題，每格 2 分，共 4 分)
- (B) 「QQ 彈」在 $t = 5$ 的體積瞬時變化率為下列哪一選項。(單選題，4 分)
- (1) 每秒減少 990π 立方公分 (2) 每秒增加 990π 立方公分 (3) 每秒減少 1110π 立方公分
(4) 每秒增加 1110π 立方公分 (5) 每秒減少 1200π 立方公分 (6) 每秒增加 1200π 立方公分。
- (C) 承第 17(A) 題，「Q 彈棒」與「魔法 Q 彈棒」的體積相差 _____ 立方公分。
(計算題，8 分，需寫出完整計算過程)

---第二次期中考試題結束---

班級：3 年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

得分：_____

範圍：翰林版高中數學選修數甲(上)第 2 單元-微分

考試說明：

A. 試題卷 2 張 4 面，答案卷 1 張 2 面，請把最終答案寫在「答案卷」上。

B. 答案卷上請使用黑(藍)色原子筆作答，大家加油！Do your best 😊

一、是非題 (10 分) 說明：第 1 題至第 5 題，敘述正確的打「○」，錯誤的打「×」。各題答對者，得 2 分；答錯、未作答者，該題以 0 分計算。

題號	1	2	3	4	5
答案					

二、多選題 (24 分) 說明：第 6 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以 0 分計算。

題號	6	7	8
答案			

三、選填題 (50 分) 說明：第 9 題至第 16 題，每小題 5 分；該小題須全部答對才給分，答錯不倒扣。

請詳閱試題卷上之選填題的作答方式，並留意欄位編號。

欄位	9-1	9-2	9-3		
答案					
欄位	10-1				
答案					
欄位	11-1				
答案					
欄位	12-1	12-2	12-3	12-4	12-5
答案					
欄位	13-1				
答案					
欄位	13-2				
答案					
欄位	13-3				
答案					
欄位	14-1				
答案					
欄位	15-1	15-2	15-3		
答案					
欄位	16-1	16-2			
答案					

背面尚有第四大題「混合題」作答區，記得翻面作答 (ノ◡ノ)ノ*:.° ✧

四、混合題 (16 分) 說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。「計算題」請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

題號	作答區
17(A)	填充題 (每格 2 分，共 4 分) 實數 a 之值為 _____，實數 b 之值為 _____。
17(B)	單選題 (4 分)：_____。
17(C)	計算題 (8 分，需寫出完整計算過程)

交卷前，請再次確認班級、座號、姓名及答案是否填入正確位置

預祝考試順利 

給即將參加 111 學測的同學們 

高中的最後階段，盡自己最大的能力，向著目標直跑，堅持到最後一刻。你是最棒的 **Do your best** 😊

班級：3 年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

得分：_____

範圍：翰林版高中數學選修數甲(上)第 2 單元-微分

考試說明：

A. 試題卷 2 張 4 面，答案卷 1 張 2 面，請把最終答案寫在「答案卷」上。

B. 答案卷上請使用黑(藍)色原子筆作答，大家加油！Do your best 😊

一、是非題 (10 分) 說明：第 1 題至第 5 題，敘述正確的打「○」，錯誤的打「×」。各題答對者，得 2 分；答錯、未作答者，該題以 0 分計算。

題號	1	2	3	4	5
答案	○	×	×	×	○

二、多選題 (24 分) 說明：第 6 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以 0 分計算。

題號	6	7	8
答案	(1)(2)(3)(5)	(1)(4)	(2)(3)(5)

三、選填題 (50 分) 說明：第 9 題至第 16 題，每小題 5 分；該小題須全部答對才給分，答錯不倒扣。

請詳閱試題卷上之選填題的作答方式，並留意欄位編號。

欄位	9-1	9-2	9-3		
答案	—	3	0		
欄位	10-1				
答案	3				
欄位	11-1				
答案	0				
欄位	12-1	12-2	12-3	12-4	12-5
答案	—	1	9	1	3
欄位	13-1				
答案	8				
欄位	13-2				
答案	4				
欄位	13-3				
答案	0				
欄位	14-1				
答案	5				
欄位	15-1	15-2	15-3		
答案	—	3	0		
欄位	16-1	16-2			
答案	5	2			

背面尚有第四大題「混合題」作答區，記得翻面作答 (ノ◡ノ)ノ*:.°◇

四、混合題 (16 分) 說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。「計算題」請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

題號	作答區												
17(A)	填充題 (每格 2 分，共 4 分) 實數 a 之值為 <u>1</u> ，實數 b 之值為 <u>10</u> 。												
17(B)	單選題 (4 分)：(5)。												
17(C)	<p>計算題 (8 分，需寫出完整計算過程)</p> <p>由第 17(A)題可知，QQ 彈在開始變形 t 秒後 ($0 \leq t \leq 10$) 的體積為</p> $V(t) = \pi(15-t)^2(60+10t)$ $= 10\pi(t^2 - 30t + 225)(t+6)$ $= 10\pi(t^3 - 24t^2 + 45t + 1350) \dots\dots (2 \text{ 分})$ $V'(t) = 10\pi(3t^2 - 48t + 45) = 30\pi(t^2 - 16t + 15) = 30\pi(t-1)(t-15)$ <p>$V'(t) = 0$ 的根為 $t = 1$ 或 $t = 15$ (不合，因為 $0 \leq t \leq 10$) $\dots\dots (1 \text{ 分})$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>t</th> <th>$0 \leq t < 1$</th> <th>$t = 1$</th> <th>$1 < t \leq 10$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$V'(t)$</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td>$V(t)$</td> <td style="text-align: center;">↗</td> <td style="text-align: center;">13720π</td> <td style="text-align: center;">↘</td> </tr> </tbody> </table> <p>由上表及極值的一階檢定法可知：$V(t)$ 在 $0 \leq t \leq 10$ 中只有一個極大值，所以 QQ 彈體積有最大值為 $V(1) = 13720\pi$ 立方公分。 $\dots\dots (\text{最大值} : 2 \text{ 分})$</p> <p>由函數的增減性可看出，體積最小時只可能發生在端點 $t = 0$ 或 $t = 10$。</p> <p>因為 $V(0) = 13500\pi$ 立方公分，$V(10) = 4000\pi$ 立方公分，</p> <p>所以 QQ 彈體積有最小值為 $V(10) = 4000\pi$ 立方公分。 $\dots\dots (\text{最小值} : 2 \text{ 分})$</p> <p>故所求為 $V(1) - V(10) = 13720\pi - 4000\pi = 9720\pi$ 立方公分。 $\dots\dots (1 \text{ 分})$</p>	t	$0 \leq t < 1$	$t = 1$	$1 < t \leq 10$	$V'(t)$	+	0	-	$V(t)$	↗	13720π	↘
t	$0 \leq t < 1$	$t = 1$	$1 < t \leq 10$										
$V'(t)$	+	0	-										
$V(t)$	↗	13720π	↘										

交卷前，請再次確認班級、座號、姓名及答案是否填入正確位置

預祝考試順利 (◦•̀Σ´•◡)

給即將參加 111 學測的同學們

高中的最後階段，盡自己最大的能力，向著目標直跑，堅持到最後一刻。你是最棒的 Do your best 😊