台北市立松山高中 109 學年度第一學期　第二次期中考　高三自然組數學科試題卷

一、單選題：(每題 6 分，占 6 分)

1. 丟一枚均勻的硬幣 100 次，令隨機變數 X 表示反面出現的次數，設 X 的期望值為 a、變異數為 b、標準差為 c，求 $a+b+c$ 的值為下列何者？

   (1) 65　　(2) 70　　(3) 75　　(4) 80　　(5) 85

二、多重選擇題：

（每題 10 分，占 60 分；錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答得零分）

1. 一個試驗若為重複做多次的獨立試驗，我們稱做重複試驗。以下何者為重複試驗？

   (1) 丟一枚不均勻的硬幣 10 次

   (2) 擲一顆骰子 10 次

   (3) 同時擲兩顆骰子 10 次

   (4) 袋中有黑、白球各 5 顆，從袋中取出一球，取後放回，取 10 次

   (5) 袋中有黑、白球各 5 顆，從袋中取出一球，取後不放回，取 10 次

2. 伯努利試驗是指只有兩種可能結果的實驗，我們通常把這兩種結果分別叫做「成功」及「失敗」。以下何者為伯努利試驗？

   (1) 同時丟兩枚均勻硬幣 1 次。兩枚都出現正面叫做成功，兩枚都出現反面叫做失敗

   (2) 班上有 30 位同學，抽籤選出 2 位同學。小松被抽中叫成功，小松沒有被抽中叫失敗

   (3) 從正整數 1、2、3、4、5 中任選兩個數字。數字和為奇數叫成功，數字和為偶數叫失敗

   (4) 袋中有紅、白、黑球各 5 顆，從袋中取出一球。取出紅球叫成功，取出黑球叫失敗

   (5) 甲、乙兩人以「剪刀、石頭、布」猜拳一次。甲贏叫成功，甲輸叫失敗

3. $X\sim B(n,p)$ 表示參數是 (n,p) 的二項分布（即重複做成功機率為 p 的伯努利試驗 n 次，以隨機變數 X 表示成功的次數）。以下隨機變數何者是 $B(10,0.25)$ 的二項分布？

(1) 設一枚不均勻硬幣，其出現正面的機率為 0.25。丟擲此硬幣 10 次，令隨機變數 X_1 表示正面出現的次數

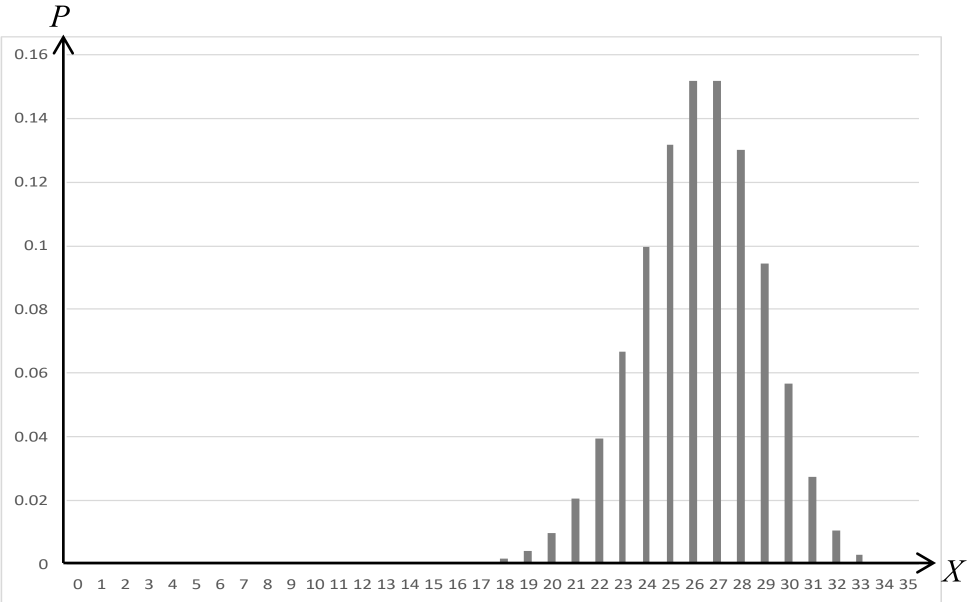
(2) 設一枚不均勻硬幣，其出現正面的機率為 0.25。丟擲此硬幣 10 次，令隨機變數 X_2 表示反面出現的次數

(3) 籤筒裡有 20 支籤，其中有 5 支中獎籤。抽一支籤後放回，抽 10 次，令隨機變數 X_3 表示中獎的次數

(4) 袋中有紅球 5 顆、白球 15 顆，每次從袋中取出一球，取後放回，取 10 次，令隨機變數 X_4 表示白球出現的顆數

(5) 重複丟兩枚均勻硬幣 5 次，令隨機變數 X_5 表示兩枚硬幣都出現反面的次數

4. 隨機變數 X 是一個參數為 $(35,0.75)$ 的二項分布，其機率分布圖如下。設恰好 k 次成功的機率為 p_k，其中 $k=0$、1、2、3、……、34、35，下列敘述何者正確？



(1) $p_{10}=C^{35}_{10}(0.25)^{10}(0.75)^{25}$

(2) X 的期望值為 26

(3) X 的標準差小於 3

(4) X 的變異數 $Var(X)=\left(\sum_{k=0}^{35}k^2\bullet p_k\right)-\left(\sum_{k=0}^{35}k\bullet p_k\right)^2$

(5) p_{26} 和 p_{27} 的機率同時為最大

5. 設隨機變數 X 的機率分布如下：

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{6}$	b

已知期望值 $E(X)=\frac{3}{2}$，下列敘述何者正確？

(1) $a+b=\frac{3}{4}$

(2) $a=\frac{1}{8}$

(3) $a<b$

(4) $E(X^2)=\frac{15}{4}$

(5) X 的變異數 $Var(X)=2$

6. 已知一場球賽共有 13 局，某選手任一局發生失誤的機率都等於 p（其中 $0<p<1$），且各局間發生失誤與否互相獨立。令隨機變數 X 代表 13 局中出現失誤的局數，且令 P_k 代表 13 局中恰有 k 局出現失誤的機率 $P(X=k)$。已知 $P_6+P_7=8P_8$，下列敘述何者正確？

(1) 此選手在前三局的球賽中，恰有一局發生失誤的機率為 $3p(1-p)^2$

(2) 此選手在前三局每一局都發生失誤的條件下，第四局發生失誤的機率小於 p

(3) $p>\frac{1}{2}$

(4) X 的期望值為 $\frac{13}{3}$ 局

(5) $P_6<P_7$

三、填充題：(每格 6 分，占 18 分)

1. 學科能力測驗中，多重選擇題每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。其計分方式為：「各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。」今有一題小松只確定選項(3)、(4)是正確的，其餘選項則隨意猜測，那麼依此計分方式，該題得分的期望值為_________分

2. 摸彩箱裝有若干編號為 1、2、3、……、10 的彩球，其中各編號的彩球數目均不同。今從中隨機摸取一球，依據所得球的號數給予若干報酬。現有甲、乙、丙三個方案：

   甲方案：當摸得彩球的號數為 k 時，其所得報酬同為 k 元

   乙方案：當摸得彩球的號數為 k 時，其所得報酬為 $(12-k)$ 元

   丙方案：當摸得彩球的號數為 k 時，其所得報酬為 k^2 元

   (其中 $k=1$、2、3、……、10)

   已知依甲方案每摸取一球的期望值為 7 元、標準差為 3 元，試回答下列問題：

   (a) 依乙方案每摸取一球的期望值為_________元

   (b) 依丙方案每摸取一球的期望值為_________元

四、計算證明題：(占 16 分，(1)將答案填入表格；(2)~(4)請詳列計算過程，部份給分)

已知袋中有 4 顆球，編號為 1、2、3、4。自袋中一次抽一球，抽出的球不放回，連抽兩次。令隨機變數 X 表示抽出兩球號碼的乘積，試回答下列問題：

(1) 求 X 的機率分布(將答案填入表格)：(4 分)

X						
P						

(2) 求 $P(5 \le X \le 10)$ (4 分)

(3) 求 X 的期望值 (4 分)

(4) 求 X 的標準差 (4 分)

台北市立松山高中 109 學年度第一學期　第二次期中考　高三自然組數學科試題卷

班級：________　座號：________　姓名：______________

一、單選題：(每題 6 分，占 6 分）

1.	

二、多重選擇題：

（每題 10 分，占 60 分；錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答得零分）

1.		2.		3.	
4.		5.		6.	

三、填充題：(每格 6 分，占 18 分）

1.			
2.(a)		2.(b)	

四、計算證明題：(占 16 分，(1)將答案填入表格；(2)~(4)請詳列計算過程，部份給分）

(1)求 X 的機率分布（將答案填入表格）：(4 分)

X						
P						

(2)求 $P(5\le X\le 10)$　(4 分)

(3)求 X 的期望值 (4 分)

(4)求 X 的標準差 (4 分)

台北市立松山高中 109 學年度第一學期　第二次期中考　高三自然組數學科試題卷

班級：_______　座號：_______　姓名：_____________

一、單選題：(每題 6 分，占 6 分)

1.	4

二、多重選擇題：

(每題 10 分，占 60 分；錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答得零分)

1.	1234	2.	23	3.	13
4.	345	5.	25	6.	14

三、填充題：(每格 6 分，占 18 分)

1.	$\frac{17}{8}$		
2.(*a*)	5	2.(*b*)	58

四、計算證明題：(占 16 分，(1)將答案填入表格；(2)~(4)請詳列計算過程，部份給分)

(1)求 X 的機率分布 (將答案填入表格)：(4 分)

(每錯一格扣 1 分，扣到 4 分為止)

X	2	3	4	6	8	12
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

(2)求 $P(5\le X\le 10)$　(4 分)

$P(5\le X\le 10)=P(X=6)+P(X=8)$ (2 分)

$=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ (2 分)

(3)求 X 的期望值 (4 分)

$E(X)=2\cdot\frac{1}{6}+3\cdot\frac{1}{6}+4\cdot\frac{1}{6}+6\cdot\frac{1}{6}+8\cdot\frac{1}{6}+12\cdot\frac{1}{6}$ (2 分)

$=\frac{35}{6}$ (2 分)

(4)求 X 的標準差 (4 分)

$E(X^2)=4\cdot\frac{1}{6}+9\cdot\frac{1}{6}+16\cdot\frac{1}{6}+36\cdot\frac{1}{6}+64\cdot\frac{1}{6}+144\cdot\frac{1}{6}=\frac{91}{2}$

(2 分)

$\sigma(X)=\sqrt{E(X^2)-\left(E(X)\right)^2}=\sqrt{\frac{91}{2}-\left(\frac{35}{6}\right)^2}$

$=\frac{\sqrt{413}}{6}$　(2 分)