臺北市立松山高級中學 108 學年度第二學期高三社會組數學第一次期中考試卷

班級：_____座號：_____姓名：_________

一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

(　　)1.設 a、b 是常數，若 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{an^3+bn^2+4n}{2n^2-3n+a}=3$，則數對 $(a,b)=$

(1) $(0,0)$　(2) $(0,6)$　(3) $(6,0)$　(4) $(3,6)$　(5) $(6,3)$

(　　)2.下列數列中，何者不會趨近於 0？

(1) $\langle 0\rangle$　(2) $<\dfrac{1+(-1)^n}{n}>$　(3) $\langle(-\dfrac{\pi}{5})^n\rangle$　(4) $\langle\dfrac{2^n+2^{2n}}{3^{n+2}-2^{2n}}\rangle$　(5) $\langle(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})\rangle$

(　　)3.下列何者錯誤？ (1) $0.\overline{9}<1$　(2) $2.4\overline{9}=2.5$　(3) $0.2\overline{5}+0.7\overline{5}=0.3\overline{6}+0.6\overline{4}$

(4) $0.\overline{5}+0.\overline{5}=\dfrac{10}{9}$　(5) $1+2+2^{10}+\dfrac{1}{2}+(\dfrac{1}{2})^2+\cdots+\left(\dfrac{1}{2}\right)^n+\cdots$ 是收斂的

二、多重選擇題(每題 6 分，共 18 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

(　　)1.試選出正確的選項：

(1)若無窮數列 $\langle a_n+b_n\rangle$ 為收斂數列，且 $\langle a_n\rangle$ 為發散數列，則 $\langle b_n\rangle$ 為發散數列

(2)若無窮數列 $\langle a_n\rangle$，$\langle b_n\rangle$ 均為收斂數列，則 $\langle a_n\div b_n\rangle$ 為收斂數列

(3)若無窮數列 $\langle a_n\rangle$ 收斂於 0，則無窮數列 $\langle|a_n|\rangle$ 收斂於 0

(4)若 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$，則 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收斂

(5)若 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=k$ 成立，則對於夠大的 n 值，數列第 n 項 $a_n=k$

(　　)2.下列有關極限的運算，哪些是正確的?

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n}=0$　(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{3^{2n}+2^{4n}}=16$

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n}{(n-1)(n+2)}=3$　(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+9}-\sqrt{n+5}}=\dfrac{1}{2}$

(5) $\lim\limits_{n\to\infty}(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}})=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}=0$

(　　)3.下列哪些級數為收斂級數？

(1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}1^n$　(2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+(-3)^n}{5^n}$　(3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-\dfrac{3}{4}\right)^n$　(4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{1+2+\cdots+n}$　(5) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n$

三、填充題(每格 7 分，共 56 分)

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2+5+8+\cdots+(3n-1)}{n^2-n+5}\right)=$ ____________。

2. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+3}-\sqrt{n+1})=$ ____________。

3. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{[n]}{2n}=$ ____________。（註：$[n]$表不大於 n 的最大整數)

4.無窮等比級數$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(3x-1)^n}{2^{n-1}}$收斂，試求 x 的範圍為____________。

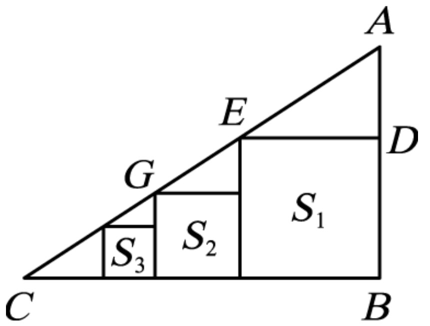
5.已知無窮數列$\langle a_n \rangle$，滿足$\lim_{n\to\infty}\dfrac{4a_n+2}{3n-1}=8$，試求$\lim_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n}==$____________。

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{2+2^2+2^3+\cdots+2^n}{3^n}=$ ____________。

7.若數列$\langle a_n \rangle$的前 n 項和 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=2n^2$，

試求$\lim_{n\to\infty}(\sqrt{a_2+a_4+\cdots+a_{2n}}-\sqrt{a_1+a_3+\cdots+a_{2n-1}})=$____________。

8.已知直角三角形 ABC 的兩股長為$\overline{AB}=40$，$\overline{CB}=60$，
依次在三角形內作內接正方形 S_1，S_2，S_3，……，如圖所示。已知S_1的邊長為24，
試求所有內接正方形的面積總和為____________。



四、計算題(共 14 分)(請標明題號、使用黑筆作答，並詳列計算過程)

1.已知一無窮等比級數的總和S等於 8，其第二項為$-\dfrac{5}{2}$，則：

(1)第一項為何？(2分)　(2)求前 n 項的和 S_n為何？(2分)

(3)設 n 為自然數，求滿足$|S-S_n|<\dfrac{1}{10^4}$ 的最小自然數 n為何？（已知 $\log 2\approx 0.3010$）。(4分)

2.設 n 為自然數，方程式 $x^2-2x-n=0$之兩根為a_n，b_n，且$a_n>b_n$

(1)試求兩根a_n，b_n為何？(2 分)

(2)試求$\lim_{n\to\infty}\dfrac{a_nb_{n+1}}{n}$為何？(4 分)

臺北市立松山高級中學 108 學年度第二學期高三社會組數學第一次期中考答案卷

使用班級	高三社會組	班級		座號		姓名		得分	

一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

1	2	3
2	4	1

二、多重選擇題(每題 6 分，共 18 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

1	2	3
13	24	234

三、填充題(每格 7 分，共 56 分)

1	2	3	4
$\frac{3}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}<x<1, x\neq\frac{1}{3}$
5	6	7	8
6	3	1	900

四、計算題(共 14 分)

1.

(1)10 (2 分)　(2) $8[1-(-\frac{1}{4})^n]$(2 分)　(3)9(4 分)

2.

(1) $a_n=1+\sqrt{n+1}$(1分) $b_n=1-\sqrt{n+1}$(1分)　(2) -1 (4 分)