臺北市立松山高級中學 107 學年度第二學期高二社會組數學期末考試卷

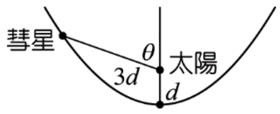
班級：_____座號：_____姓名：________

一、單一選擇題(每題 5 分，共 10 分)

( )1.設 $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$，且 $A\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$，$A\begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$，試求 $a+b+c+d$ 之值為何？

(A)0 (B)8 (C)9 (D) -8 (E) -9 。

( )2.某一彗星的軌道是以太陽為焦點的拋物線，當彗星與太陽最接近時，兩者的距離是 d，當彗星與太陽的距離為 $3d$ 時，彗星與太陽兩者連線與拋物線對稱軸的銳夾角是 θ，則 $\cos\theta$ 之值為何？



(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$ 。

二、多重選擇題(每題 8 分，共 24 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

( )1.設 A，B 及 C 為二階方陣，請選出正確的選項

(A)若 A 不是零矩陣，則 A 的乘法反方陣 A^{-1} 必存在

(B)若 $\det(A)\neq 0$ 且 $AB=AC$，則 $B=C$

(C) $\det(AB)=\det(A)\cdot\det(B)$

(D)若 A，B 皆為可逆方陣，則 $(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$

(E)若 A，B 皆為轉移矩陣，則 $\frac{1}{2}(A^2+B^2)$ 為轉移矩陣

( )2.下列敘述中哪些正確？

(A) Γ ： $\frac{x^2}{2t-4}+\frac{y^2}{t-6}=1$，其中 $t\neq 2$ 且 $t\neq 6$，若 Γ 的圖形為橢圓，則其長軸必平行 x 軸

(B) Γ ： $\frac{x^2}{2t-4}+\frac{y^2}{t-6}=1$，其中 $t\neq 2$ 且 $t\neq 6$，若 Γ 的圖形為雙曲線，則其貫軸必平行 y 軸

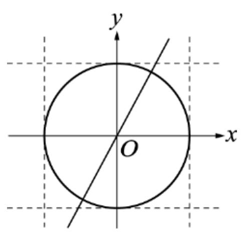
(C) $\sqrt{(x+3)^2+(y-3)^2}=\frac{|3x+4y-3|}{5}$ 的圖形為拋物線

(D) $\sqrt{x^2+(y-1)^2}+\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}=2$ 的圖形為一直線

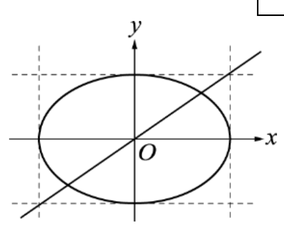
(E) $\left|\sqrt{x^2+(y-1)^2}-\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}\right|=2$ 的圖形為兩射線

( )3.設 a，b 為實數，$ab\neq 0$，則下列何者可為直線 $\boxed{y=\sqrt{\left|\frac{b}{a}\right|}\cdot x}$ 和曲線 $\boxed{bx^2+ay^2=ab}$ 的圖形？

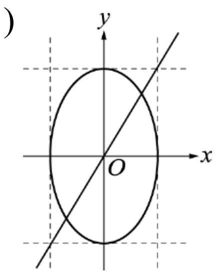
(A)



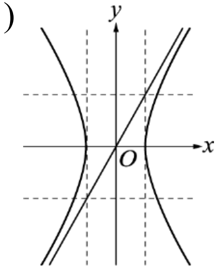
(B)



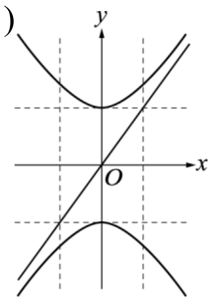
(C)



(D)



(E)



三、填充題(每格 6 分，共 66 分)

1.設甲袋有 10 元硬幣 1 枚，乙袋有 5 元硬幣 3 枚。每一輪操作「各從甲、乙袋中任取出一枚硬幣，互換後放回袋內」，試求第三輪操作後，甲袋仍有一枚 10 元硬幣的機率為________。

2.籃球好手豪豪經常練習「罰球」，依過去的紀錄顯示：第一球命中時，第二球命中之機率為 80％；第一球未命中時，第二球命中之機率為 90％。試求：

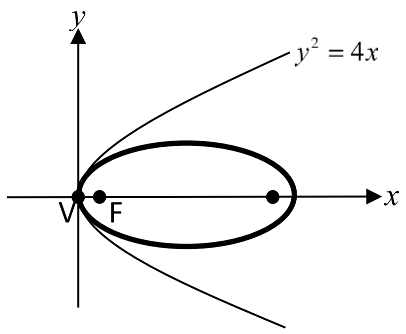
(1)某次 HBL 高中聯賽，對手惡意犯規，豪豪有 3 次罰球機會，已知第一球命中，求第 3 球命中之機率為____________。

(2)長期而言，豪豪的罰球命中率為____________。

3.設一拋物線 Γ 與另一拋物線 $x^2=20y$ 共焦點、共軸，且過（4，5），

試求拋物線 Γ 之方程式__________________。（有二解）

4.如下圖，拋物線 $y^2=4x$ 的頂點 V 與焦點 F 正好是另一橢圓的頂點與焦點，若此橢圓短軸的長度是 6，則此橢圓長軸的長度為____________。



5. 已知圓 C_1：$x^2+y^2=121$，圓 C_2：$(x+6)^2+y^2=1$。若圓 C 和 C_1 內切，且圓 C 和 C_2 外切，

則 C 之圓心軌跡方程式為____________。

6.設一橢圓 Γ 與橢圓 $\dfrac{x^2}{23}+\dfrac{y^2}{18}=1$ 共焦點，且橢圓 Γ 的長軸長為 8，試求：

橢圓 Γ 的正焦弦長為______。

7.求與 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 有相同的漸近線，且通過點（8，3）的雙曲線方程式_____________。

8.試求以橢圓 Γ：$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 的焦點為頂點，以長軸之頂點為兩焦點之

雙曲線 Γ' 方程式為_____________。

9.有一雙曲線 Γ： $9x^2-16y^2-18x-96y+9=0$

(1)雙曲線 Γ 的共軛雙曲線 Γ' 方程式為____________。

(2)雙曲線 Γ 與其共軛雙曲線 Γ' 的漸近線方程式為____________。

臺北市立松山高級中學 107 學年度第二學期高二社會組數學期末考答案卷

使用班級	高二社會組	班級		座號		姓名		得分	

一、單一選擇題(每題 5 分，共 10 分)

1	2
C	A

二、多重選擇題(每題 8 分，共 24 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

1	2	3
BCE	AE	BCDE

三、填充題(每格 6 分，共 66 分)

1	2(1)	2(2)	3
$\frac{2}{9}$	0.82	$\frac{9}{11}$	$x^2=-8(y-7), x^2=8(y-3)$
4	**5**	**6**	**7**
10	$\frac{(x+3)^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1$	$\frac{11}{2}$	$\frac{x^2}{48}-\frac{y^2}{27}=1$
8	**9(1)**	**9(2)**	
$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$	$\frac{(x-1)^2}{16}-\frac{(y+3)^2}{9}=1$	$3x-4y-15=0$ $3x+4y+9=0$	