台北市立松山高中 107 學年度第二學期第一次期中考高三社會組數學科（試題卷）

班級:_____ 座號:_____ 姓名:______________

一、單選題(每題 5 分，共 10 分)

1.(　　) 設 x 為整數，若無窮數列 $\left\langle \left(\frac{x-1}{6}\right)^n \right\rangle$ 收斂，求滿足條件的 x 有幾個？

(A) 10　(B) 11　(C) 12　(D) 13

2.(　　) 對於任意正整數 n，無窮數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\frac{(2n-1)(n-2)}{2n^2} \le a_n \le \frac{(2n+1)(2n+3)}{4n^2}$，求 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ 為

(A) 0　(B) $\frac{1}{2}$　(C) 1　(D) 2

二、多選題(每題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未答得 0 分，共 18 分)

1.(　　) 下列無窮數列，哪些是收斂數列?

(A) $\langle 2-(-1)^n \rangle$　(B) $\langle 2+(-1)^n \cdot \frac{1}{n} \rangle$　(C) $\langle \frac{n+2}{n+1} \rangle$　(D) $\langle \frac{5^{n+1}}{3^{2n}} \rangle$　(E) $\langle \frac{(0.4)^n}{(0.2)^n+(0.3)^n} \rangle$

2.(　　) 已知 $\langle a_n \rangle$、$\langle b_n \rangle$ 均為實數數列，則下列哪些選項正確?

(A)若 $\langle a_n+b_n \rangle$ 與 $\langle a_n-b_n \rangle$ 均為收斂數列，則 $\langle a_n \rangle$ 與 $\langle b_n \rangle$ 均為收斂數列

(B)若 $\langle a_n \rangle$ 與 $\langle b_n \rangle$ 均為收斂數列，則數列 $\langle a_n^2-b_n^2 \rangle$ 必為收斂數列

(C)若 $\langle a_n \rangle$ 為收斂數列，則級數 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 收斂

(D)若級數 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 收斂，則 $\langle a_n \rangle$ 為收斂數列而且一定收斂到 0

(E)若 $\langle a_n \rangle$ 與 $\langle b_n \rangle$ 均為發散數列，則級數 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n+b_n)$ 發散

3.(　　) 下列哪些選項是正確的?

(A) $-\frac{3}{2}+\frac{9}{4}-\frac{27}{8}+\cdots+(-\frac{3}{2})^n+\cdots=-\frac{3}{5}$

(B) $2^{100}+2-2+2-2+\cdots=2^{100}$

(C) $\sum\limits_{n=1}^{100} 5^n + \sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\pi}\right)^n$ 為收斂級數

(D) $4.\overline{9}+1.\overline{1}=6$

(E) $10^{1000}+10^{999}+\cdots+10+1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\cdots=\frac{10^{1000}}{1-\frac{1}{10}}$

三、填充題(每格 7 分，共 56 分)

1. 求下列各式的極限值

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n+4^{n+1}}{3^{n+2}+4^n}$ =____________

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2-8n}{n-3}-\dfrac{n^2+7}{n+1}\right)$ =____________

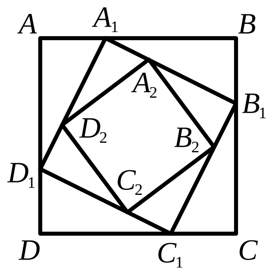
(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{n+2n+3n+\cdots+n^2}$ =____________

2. 設 a、b 皆為實數，若 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2a+b)n^3+(b+2)n+9}{2n-7}=6$，則數對$(a,b)$ =____________

3. $\dfrac{1}{3\times 7}+\dfrac{1}{7\times 11}+\dfrac{1}{11\times 15}+\cdots+\dfrac{1}{(4n-1)(4n+3)}+\cdots$ =____________

4. 已知一無窮等比級數的首項為 $0.\overline{3}$，第二項為 $0.2\overline{3}$，求此級數的和=__________

5. 如右圖，一正方形 $ABCD$ 的邊長為 6，以 1：3 的比例依序內分各邊，再連各分點得第二個正方形 $A_1B_1C_1D_1$，再以同順序、同比例內分第二個正方形各邊，連接各分點得第三個正方形 $A_2B_2C_2D_2$，如此繼續下去，則所有正方形的面積總和為___________



6. 坐標平面上，x 坐標與 y 坐標皆為整數的點稱為「格子點」。設 n 為正整數，已知在第一象限且滿足 $x+4y\le 4n$ 的格子點(x，y)的數目為 a_n，則 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n^2}$ 的值=____________

四、計算題(每題 8 分，共 16 分，需詳列計算過程)

1. 已知無窮等比級數 $3+\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2^2}+\cdots+\dfrac{3}{2^{n-1}}+\cdots$ 的和為S，前n項和為 S_n，

(1) 求前n項和為 $S_n=$？ (2分)

(2) 求$S=$？(2分)

(3) 試求滿足 $|S-S_n|<0.001$ 之最小自然數 n (已知 $\log 2\approx 0.3010$ 、 $\log 3\approx 0.4771$)　(4分)

2. 利用夾擠定理求極限值：$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{3n^2+2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3n^2+3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{3n^2+3n}}\right)$

台北市立松山高中 107 學年度第二學期第一次期中考高三社會組數學科（答案卷）

班級:______ 座號:______ 姓名:________________

一、單選題(每題 5 分，共 10 分)

1.	2.

二、多選題(每題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未做答得 0 分，共 18 分)

1.	2.	3.

三、填充題(每格 7 分，共 56 分)

1.(1)	1.(2)	1.(3)	2.
3.	4.	5.	6.

四、計算題(每大題 8 分，共 16 分。※需有詳細計算過程，否則不予計分)

1.	2.

台北市立松山高中 107 學年度第二學期第一次期中考高三社會組數學科（答案卷）

班級:______ 座號:______ 姓名:________________

一、單選題(每題 5 分，共 10 分)

1.	2.
C	C

二、多選題(每題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未做答得 0 分，共 18 分)

1.	2.	3.
BCD	ABD	CE

三、填充題(每格 7 分，共 56 分)

1.(1)	1.(2)	1.(3)	2.
4	-4	$\frac{2}{3}$	$(-5,10)$
3.	4.	5.	6.
$\frac{1}{12}$	$\frac{10}{9}$	96	2

四、計算題(每大題 8 分，共 16 分。※需有詳細計算過程，否則不予計分)

1.	2.
(1) $S_n = 6\left[1-(\frac{1}{2})^n\right]$ (2 分) (2) $S = 6$ (2 分) (3) $n=13$ (4 分)	$\sqrt{3}$