

臺北市立松山高級中學 107 學年度第一學期 一年級數學科期末考試題卷

【 $\log 2 \approx 0.3010$ ,  $\log 3 \approx 0.4771$ ,  $\log 7 \approx 0.8451$ 】班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

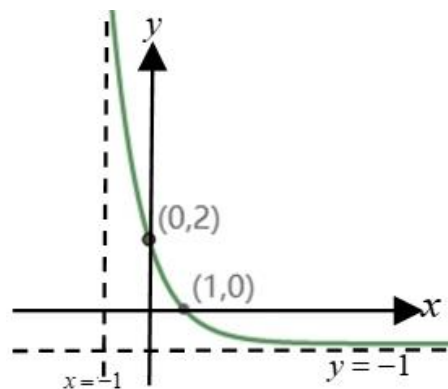
一、**多重選擇題**：(每題 6 分，共 24 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯多於 2 個選項或未作答者得 0 分)

( ) 1. 下列選項何者正確？

- (A)  $2^{\sqrt{2}} < 3$       (B)  $(-8)^{\frac{1}{3}} = -2$       (C)  $(\log 3)^3 = 3\log 3$   
 (D)  $\log_{(-2)} 4 = 2$       (E)  $\log_2 3 = \frac{\log_2 5}{\log_3 5}$

( ) 2. 右圖為函數  $y = a^{x+b} + c$  之部分圖形，下列選項何者正確？

- (A)  $0 < a < 1$   
 (B)  $b < 0$   
 (C)  $c < 0$   
 (D) 圖形恆在  $x = -1$  的右方  
 (E) 圖形恆在  $y = -1$  的上方



( ) 3. 設  $a, b, c > 0$  且皆不為 1，下列選項何者正確？

- (A) 若  $0 < a < 1 < b < c$ ，則  $a^b > a^c$   
 (B) 若  $0 < a < 1 < b < c$ ，則  $\log_a c > \log_b c$   
 (C) 若  $0 < a < 1 < b < c$ ，則  $b^c > \log_a c$   
 (D) 若  $0 < b < c$ ，則  $a^{\frac{b+c}{2}} > \frac{a^b + a^c}{2}$   
 (E) 若  $0 < b < c$ ，則  $\log_a \frac{b+c}{2} > \frac{\log_a b + \log_a c}{2}$

( ) 4. 若  $x = 7^{20}$ ，下列選項何者正確？

- (A)  $x$  為 16 位數  
 (B)  $x$  的首位數字為 7  
 (C)  $x$  的個位數字為 1  
 (D)  $x^{-1}$  化為小數後，在小數點後第 16 位開始出現不為 0 的數字  
 (E)  $x^2$  為 33 位數

二、**填充題**：每格 5 分，共 60 分(完全正確者才給分，答案若未化至最簡不予計分)

1. 若  $\log_a 2\sqrt[3]{2} + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} - \log_a \sqrt[3]{64} = \frac{1}{3}$ ，則底數  $a =$  \_\_\_\_\_ (A)

2. 若對數  $\log_{x-1}(-2x^2 + 7x - 3)$  有意義，則  $x$  的範圍為 \_\_\_\_\_ (B)

3. 求方程式  $3^x - 1 = 3^{-x + \log_3 2}$  的實數解  $x =$  \_\_\_\_\_ (C)

4. 設  $a, b, c$  為正整數，且  $a \log_{180} 2 + b \log_{180} 3 + c \log_{180} 5 = 2$ ，則  $a + b + c =$  \_\_\_\_\_ (D)

5. 若  $-1 \leq x \leq 1$ ，若  $f(x) = 4^x - 2^{x+\log_2 3}$  有最大值  $M$  與最小值  $m$ ，則數對  $(M, m) =$  \_\_\_\_\_ (E)
6. 求方程式  $f(x) = 2(4^x + 4^{-x}) - 7(2^x + 2^{-x}) + 9 = 0$  實數解  $x =$  \_\_\_\_\_ (F) (有兩解)
7. 求不等式  $3^{\log_{0.5} x(x-1)} > \frac{1}{3}$  的實數解  $x$  的範圍為 \_\_\_\_\_ (G)
8. 設  $a, b, c$  為實數，且  $2^a = \log_{\frac{1}{2}} a$ ,  $b = 2^{-b}$ ,  $-\log_2 c = (\frac{1}{2})^c$ ，則  $a, b, c$  的大小關係為 \_\_\_\_\_ (H)
9.  $pH$  值即酸鹼值，判斷液體為酸性或鹼性的側度值，它和液體中的氫離子濃度  $[H^+]$  有關。當液體的氫離子濃度為  $x$  莫耳/公升時，其  $pH$  值定為  $-\log x$ 。近期蜂蜜檸檬受到吳姓候選人多次提及而引起民眾與網友熱烈討論。今天小松買一杯手搖飲料-蜂蜜檸檬，其上面標示氫離子濃度  $[H^+] = 4.2 \times 10^{-6}$  莫耳/公升，則此蜂蜜檸檬的  $pH$  值為 \_\_\_\_\_ (I) (四捨五入至小數點第一位)
10. 阿糕拿出計算器並在上面顯示出 0.5，緊接著按  $\sqrt[3]{x}$  兩次，則阿糕看到計算器顯示小數點後第一個出現不為 0 的數字為 \_\_\_\_\_ (J)
11. 若分別在  $y = a^x$  與  $y = \log_a x$  取一點  $A, B$ ，其中  $A, B$  兩點對稱於直線  $y = x$ ， $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$  且與直線  $y = x$  交於一點  $M(3, 3)$ ，試問底數  $a =$  \_\_\_\_\_ (K) (有兩解)
12. 已知  $0 < A < 1$ ， $\log A$  之首數為  $a$ ，尾數為  $b$ ，且  $(\log A)^2 + \frac{1}{3}b = 2$ ，則  $A =$  \_\_\_\_\_ (L)

### 三、**計算題**：每題 8 分，共 16 分(請將詳細過程完整填寫在答案卷上，否則不予計分)

1. 《老師，你會不會回來？》來自真人真事改編的台灣電影。片中提及到：「1 乘以 1 是 1，即使乘一萬次還是 1，但只要多了 0.01，乘以 70 次之後，它就會大於 2，即  $1.01^{70} > 2$ 。」學習亦此，高中每次期中考間隔約 6 週，若每週努力的成效皆相較上週多了  $x\%$  的成長，並希望經過 6 週後能夠有 2 倍的努力成果，試問  $x$  為何？  
(四捨五入至小數點第二位)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106

2. 求不等式  $\log_x(-x+3) \leq 0$  實數解  $x$  的範圍為 \_\_\_\_\_

臺北市立松山高級中學 107 學年度第一學期 一年級數學科期末考 答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

一、**多重選擇題**：(每題 6 分，共 24 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯多於 2 個選項或未作答者得 0 分)

1	2	3	4

二、**填充題**：每格 5 分，共 60 分(完全正確者才給分，答案若未化至最簡不予計分)

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
(F)	(G)	(H)	(I)	(J)
(K)	(L)			

三、**計算題**：每題 8 分，共 16 分(請將詳細過程完整填寫在答案卷上，否則不予計分)

1.	2.
----	----

臺北市立松山高級中學 107 學年度第一學期 一年級數學科期末考 參考答案

班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

一、**多重選擇題**：(每題 6 分，共 24 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯多於 2 個選項或未作答者得 0 分)

1	2	3	4
(A)(E)	(A)(B)(C)(E)	(A)(C)	(B)(C)

二、**填充題**：每格 5 分，共 60 分(完全正確者才給分，答案若未化至最簡不予計分)

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{1}{2}$	$1 < x < 3$ 但 $x \neq 2$ ( $1 < x < 2$ 或 $2 < x < 3$ )	$\log_3 2$	10	$\left(\frac{-5}{4}, \frac{-9}{4}\right)$
(F)	(G)	(H)	(I)	(J)
1 或 -1	$-1 < x < 0$ 或 $1 < x < 2$	$a < b = c$	5.4	9
(K)	(L)			
2 或 $\sqrt[4]{2} (2^{\frac{1}{4}})$	$10^{-\frac{4}{3}}$			

三、**計算題**：每題 8 分，共 16 分(請將詳細過程完整填寫在答案卷上，否則不予計分)

<p>1.</p> <p>根據題意</p> $(1+x\%)^6 = 2$ $6\log(1+x\%) \approx 0.3010$ $\log(1+x\%) \approx 0.0502$ $\log 1.12 \approx 0.0492$ <p>透過對數表與內插法得知</p> $\frac{x\% - 0.12}{0.01} = \frac{502 - 492}{531 - 492} = \frac{10}{39} \approx \frac{1}{4}$ $x\% \approx 0.1225 = 12.25\%$ <p style="text-align: right;">Ans : <math>x = 12.25</math></p>	<p>2.</p> <p>根據題意</p> $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ -x + 3 > 0 \\ (x-1)(-x+3-1) \leq 0 \end{cases}$ <p style="text-align: right;">Ans : <math>0 &lt; x &lt; 1</math> 或 <math>2 \leq x &lt; 3</math></p>
--	---