

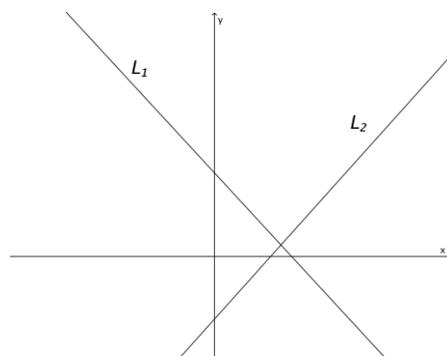
臺北市立松山高中 107 學年度第一學期高二期中考數學科 (自然組) 試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題(每題 6 分，共 12 分)

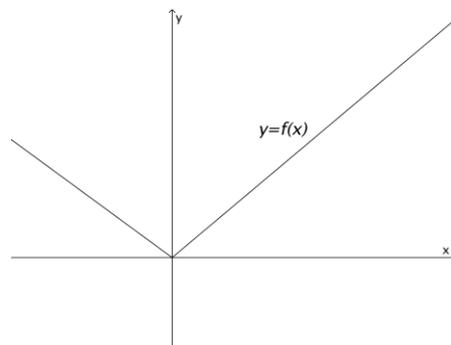
(5 個選項全對得 6 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個及 3 個以上選項該題 0 分)

1. 在坐標平面上，下列各選項所給之條件，何者可決定唯一圓？
- (A) 過點 $(-1,1)$ 、 $(1,1)$ 和 $(1,3)$ (B) 過點 $(-1,1)$ 、 $(1,1)$ ，且圓心在直線 $x = 5$ 上
- (C) 過點 $(-1,1)$ 、 $(1,1)$ ，且與直線 $x = 5$ 相切 (D) 過點 $(-1,1)$ ，且與 x 軸、 y 軸均相切
- (E) 與直線 $x + y = 5$ 、 x 軸與 y 軸均相切
2. 如圖，兩直線方程式 $L_1: ax + y + b = 0, L_2: cx + y + d = 0$ ，下列敘述中，請選出正確的選項。
- (A) $a > 0$
- (B) $b > 0$
- (C) $c > 0$
- (D) $d > 0$
- (E) $bc + ad > 0$



二、填充題(共 75 分)

1. 在坐標平面上，滿足二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x - y \geq 4 \\ k \leq x \leq k + 3 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 的格子點共有 26 個，則試求整數 $k =$ (1)。
2. 直線 L 通過點 $(-1,1)$ 且與直線 $x + y = 5$ 之銳夾角為 θ ，若 $\tan \theta = \frac{1}{2}$ ，則直線 L 的方程式為(2)。(兩解)
3. 在坐標平面上，設 O 為原點，點 $R(3,2)$ ，又點 P 在 x 軸正向上，點 Q 在 y 軸正向上，且 $\overline{PR} \perp \overline{QR}$ ，試求 $\triangle OPQ$ 面積的最大值為(3)，又此時直線 PQ 之斜率為(4)。
4. 設 $y = f(x)$ 的圖形是兩條射線，部分圖形如右圖，已知 $f(3) = f(-3) = 2$ ，令 $h(x) = f(x) - f(x - \sqrt{5})$ ，則使 $h(x)$ 為整數的 x 有(5)個。
5. 圓 $C: x^2 + (y - 1)^2 = 9$ ，作圓的兩切線交圓外一點 P ，若兩切線之銳交角為 $\frac{\pi}{3}$ ，則所有可能的 P 點所形成之圖形方程式(6)。(兩解)



6. 已知由地面上三定點 A, B, C 觀測同一棟大樓樓頂的仰角皆為 45° ，
且 $\overline{AB} = 100$ 公尺， $\overline{BC} = 80$ 公尺， $\overline{CA} = 60$ 公尺，則該大樓之高度為 (7) 公尺。
7. 設 $A(3,4), B(k,2)$ ，已知 A, B 兩點對稱於 $x + ky = t$ 則 $(k, t) =$ (8)。(兩解)
8. 圓 $C: x^2 + (y - 1)^2 = 10$ ，試問此圓圓周上有 (9) 個點，與原點的距離為整數。
9. 已知 $\sin 47^\circ 20' \approx 0.7353$ ， $\sin 47^\circ 30' \approx 0.7373$ ，
若 $\cos \alpha \approx -0.7361$ ， $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ，試以內插法求得 $\alpha \approx$ (10)。
10. 自地面 A 處測得遠方山頂 P 仰角為 30° ，沿水平道路前進 50 公尺後，接著走上一個 15° 的斜坡，
沿斜坡上爬 80 公尺測得 P 的仰角是 60° ，已知路程中持續朝山腳方向前進，則山高為 (11)。
11. 地面上共線的三點 A, B, C ，觀測同一山頂的仰角為 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ，已知此三點與山腳不共線
且 $\overline{AB} = 400$ ， $\overline{BC} = 800$ ，則該山頂之高度為 (12)。
12. 過點 $P(3,2)$ 與圓 $x^2 + y^2 = 9$ 相切之直線方程式為 (13)。(兩解)
13. 若方程組 $\begin{cases} (k+1)x + 4y = 4 \\ x + (k-2)y = 1 \end{cases}$ 無解，則 $k =$ (14)。
14. 設 m 為實數， $C: x^2 + y^2 + 2(m-1)x - 2y - m^2 + 2 = 0$ ，若 C 的圖形為一圓，
且 $A(-1,3)$ 在圓外，則實數 m 的範圍為 (15)。

三、計算題(共 13 分)

1. 二年甲班於園遊會販售 A, B 兩種炒麵，已知生產一份 A 炒麵需醬油 15ml，麵條 0.25kg，生產一份 B 炒麵需醬油 18ml，麵條 0.2kg，且一份 A 炒麵可獲利 10 元，一份 B 炒麵可獲利 9 元，
而今備有 2250ml 的醬油以及 30kg 的麵條。假設 A 炒麵賣了 x 份， B 炒麵賣了 y 份，
- (1) 寫出 x, y 須滿足的不等式。(4 分)
 - (2) 承(1)，畫出(1)中聯立不等式的圖形。(4 分)
 - (3) 試問 A 炒麵及 B 炒麵各賣出幾份可使獲利最多，最大獲利為？(5 分)

臺北市立松山高中 107 學年度第一學期高二期中考數學科（自然組）試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____ 得分：_____

一、多重選擇題(每題 6 分，共 12 分)

(5 個選項全對得 6 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個及 3 個以上選項該題 0 分)

1.	2.

二、填充題(共 75 分)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.

三、計算題(共 13 分，請用直尺作圖並寫出詳細計算過程，否則不予計分)

1.

臺北市立松山高中 107 學年度第一學期高二期中考數學科（自然組）試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____ 得分：_____

三、多重選擇題(每題 6 分，共 12 分)

(5 個選項全對得 6 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個及 3 個以上選項該題 0 分)

1.	2.
A	ADE

四、填充題(共 75 分)

1.	2.	3.	4.	5.
8	$x + 3y = 2$ $3x + y = -2$	$169/48$	$-3/2$	3
6.	7.	8.	9.	10.
$x^2 + (y - 1)^2 = 36$ $x^2 + (y - 1)^2 = 12$	50	(1,5)或(2, $17/2$)	4	$137^{\circ}24'$
11.	12.	13.	14.	15.
$25\sqrt{3} + 40\sqrt{2}$	$240\sqrt{5}$	$x = 3$ $5x + 12y = 39$	-2	$1 < m < 2$ $-4 < m < 0$

三、計算題(共 13 分，請用直尺作圖並寫出詳細計算過程，否則不予計分)

1. (1)
$$\begin{cases} 15x + 18y \leq 2250 \\ 25x + 20y \leq 3000, x, y \text{ 為非負整數} \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$
 (4 分)

(2) 略 (4 分)

(3) A 炒麵賣了 60 份，B 炒麵賣了 75 份，最大獲利為 1275 元 (5 分)