

臺北市立松山高級中學 107 學年度第一學期高二社會組數學第一次期中考試卷

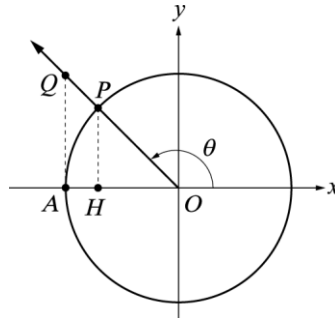
班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

- ( ) 1. 若  $\theta$  滿足  $\sin\theta < 0$  且  $\cos\theta > 0$ ，則  $P(\tan\theta, 1+\sin\theta)$  在何象限？  
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限 (E) 以上皆非。
- ( ) 2. 試問有多少個實數  $x$  滿足  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$  且  $\cos x^\circ \leq \cos x$ ？  
 (A) 0 個 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 4 個 (E) 無窮多個。
- ( ) 3. 試問下列何者值最小？  
 (A)  $\sin 3000^\circ$  (B)  $3\sin 25^\circ - 4\sin^3 25^\circ$  (C)  $2\cos^2 10^\circ - 1$   
 (D)  $\frac{2\tan 10^\circ}{1 - \tan^2 10^\circ}$  (E)  $\cos 50^\circ \cos 40^\circ + \sin 50^\circ \sin 40^\circ$

二、多重選擇題(每題 6 分，共 18 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

- ( ) 1. 如圖，單位圓上定點  $A(-1, 0)$ ， $\theta$  角之終邊與單位圓交點  $P$ ， $P$  在  $x$  軸之投影點  $H$ ，過  $A$  點做切線交直線  $\overline{OP}$  於  $Q$ 。下列各相關敘述，選出正確的選項：



- (A)  $\sin\theta = \overline{PH}$  (B)  $\cos\theta = \overline{OH}$  (C)  $\tan\theta = \overline{AQ}$  (D)  $\cos(180^\circ + \theta) = \overline{OH}$  (E)  $\tan(180^\circ + \theta) = \overline{AQ}$
- ( ) 2. 在  $\triangle ABC$  中，若  $\angle A = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{CA} = 7$ ，則以下哪些選項是正確的？  
 (A)  $\overline{BC} = 13$  (B)  $\triangle ABC$  的內切圓半徑為  $\sqrt{3}$  (C)  $\overline{AB}$  上的中線長為  $\sqrt{93}$   
 (D)  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為  $\frac{13}{3}$  (E)  $\angle A$  的角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$  點，則  $\overline{AD} = \frac{56}{15}$ 。
- ( ) 3. 下列敘述，何者正確？  
 (A) 若  $\theta$  是第二象限角，則  $\frac{\theta}{2}$  是第一象限角  
 (B) 在  $\triangle ABC$  中，若  $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ ，則  $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 4 : 5$   
 (C) 在  $\triangle ABC$  中，若  $a^2 < b^2 + c^2$ ，則  $\triangle ABC$  為銳角三角形  
 (D) 直角  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{CD}$  為斜邊上的高，則  $\overline{BD}$  長可用  $\sin^2 A$  表示  
 (E) 已知  $180^\circ < \theta < 270^\circ$  且  $\tan\theta = \frac{3}{4}$ ，則  $\cos\frac{\theta}{2} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ 。

三、填充題(每格 6 分，共 60 分)

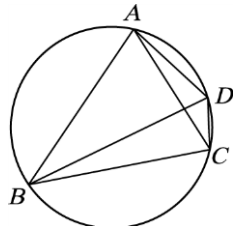
1. 已知  $\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{3}$ ，則  $\sin 2\theta =$  \_\_\_\_\_。

2.  $[\cos\pi + 2\sin\frac{\pi}{6} + \cos(-\frac{\pi}{4})] \times [\tan\frac{5\pi}{4} - \sin\frac{3\pi}{4} + 2\cos\frac{2\pi}{3}] =$  \_\_\_\_\_。

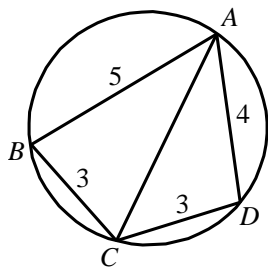
3. 若  $\theta$  不使分母為 0，則  $\frac{\sin(90^\circ - \theta)}{\cos(180^\circ + \theta)} + \frac{\cos(90^\circ + \theta)}{\sin(180^\circ - \theta)} =$  \_\_\_\_\_。

4. 在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 13$ ， $\overline{BC} = 14$ ， $\overline{AC} = 15$ ，設  $D$  為  $\overline{BC}$  之中點，而  $\angle BAC$  之角平分線  $\overline{AE}$  交  $\overline{BC}$  於  $E$ ，試求  $\triangle ADE$  的面積為 \_\_\_\_\_。

5. 如圖， $ABCD$  為圓內接四邊形。若  $\angle DBC = 15^\circ$ ， $\angle ABD = 30^\circ$ ， $\overline{CD} = 2$ ，則  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。



6. 圓內接四邊形  $ABCD$  中，已知  $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CD} = 3$ ， $\overline{DA} = 4$ ，求對角線  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_。



7. 設  $\sin 190^\circ = k$ ，將  $\tan 100^\circ$  以  $k$  表示為 \_\_\_\_\_。

8. 設  $\tan \alpha$ 、 $\tan \beta$  為  $x^2 - 4x + 2 = 0$  的二根，試求  $\sin 2(\alpha + \beta) =$  \_\_\_\_\_。

9. 設  $A[4, \frac{5\pi}{18}]$ ， $B[\sqrt{3}, \frac{17\pi}{18}]$  是極坐標上二個點，而  $O$  為極點，求  $\triangle AOB$  的面積為 \_\_\_\_\_。

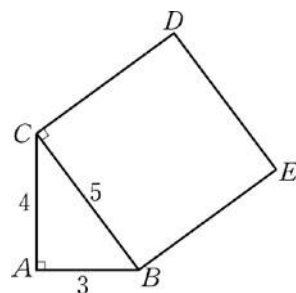
10. 試問有 \_\_\_\_\_ 個角度  $\theta$ ，滿足  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ，且  $\cos(3\theta - 60^\circ)$ 、 $\cos 3\theta$ 、 $\cos(3\theta + 60^\circ)$  依序成一等差數列。

四、計算題(共 10 分)(請詳列計算過程，否則不予計分)

1. 設直角三角形  $ABC$  之三邊長為  $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CA} = 4$ ，

以斜邊  $\overline{BC}$  為一邊向外作出正方形  $BCDE$ ，如右圖所示，

令  $\angle ACD = \theta$ ，試求  $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{1 + \tan(90^\circ + \theta)}$  之值。



臺北市立松山高級中學 107 學年度第一學期高二社會組數學第一次期中考答案卷

使用 班級	高二 社會組	班級		座號		姓名		得分	
----------	-----------	----	--	----	--	----	--	----	--

一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

1	2	3
B	A	D

二、多重選擇題(每題 6 分，共 18 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

1	2	3
AD	ABCE	DE

三、填充題(每格 6 分，共 60 分)

1	2	3	4
$-\frac{5}{9}$	$-\frac{1}{2}$	-2	3
5	6	7	8
$\sqrt{6} + \sqrt{2}$	$\sqrt{29}$	$\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$	$-\frac{8}{17}$
9	10		
3	2		

四、計算題(共 10 分)(請詳列計算過程，否則不予計分)

1.

設  $\angle ACB = \alpha$ ，則  $\theta = 90^\circ + \alpha$ ，

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{1 + \tan(90^\circ + \theta)} = \frac{\sin(90^\circ + \alpha) + \cos(90^\circ + \alpha)}{1 + \tan(180^\circ + \alpha)} = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{1 + \tan \alpha}$$

$$= \frac{\frac{4}{5} - \frac{3}{5}}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{7}{4}} = \frac{4}{35}。$$

註： $\sin(90^\circ + \alpha) = \frac{4}{5}$  (3 分)， $\cos(90^\circ + \alpha) = -\frac{3}{5}$  (3 分)， $\tan(180^\circ + \alpha) = \frac{3}{4}$  (3 分)，原式 =  $\frac{4}{35}$  (1 分)