

台北市立松山高中 106 學年度第一學期高一期末考數學科試題(第一頁/第二頁)

【 $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$ 】 班級：____ 座號：____ 姓名：_____

本次考試共有兩頁試題((一. 多重選擇 4 題(24%)二. 填充 8 題(48%)三. 計算 4 題(28%))

一. 多重選擇題 (24%) 【5 個選項中至少有 1 個是正確答案】

(每題 6 分, 只錯 1 個選項得 4 分, 只錯 2 個選項得 2 分, 答錯多於兩個選項或未答者 0 分)

1. () 下列式子哪些是正確的?

(A) $\sqrt[3]{15} > \sqrt{6}$ (B) $(4\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}} = 2\frac{1}{2}$ (C) $(0.99)^{0.99} < (1.01)^{0.01}$

(D) $(\frac{125}{8})^{\frac{-2}{3}} = \frac{4}{25}$ (E) 設 $a > 0$, 若 $5^{3a} = 8$, 則 $5^{-2a} = \frac{1}{4}$

2. () 下列各 x 值何者都大於 1?

(A) $x = \frac{\log_7(\frac{1}{3})}{\log_7(\frac{1}{2})}$ (B) $\log_2 x^2 = 4$ (C) $\log_4 28 + \log_{\frac{1}{4}} 56 = x$ (D) $\log_x 4 = 2$

(E) 若 $y^2 + (2 \log 5) y + \log 2.5 = 0$ 有兩個根 α, β , 設 $x = 10^\alpha + 10^\beta$ 的值。

3. () 下列各敘述, 何者正確?

(A) $a > 0, x, y \in R$, 若 $a^x = a^y$, 則 $x = y$

(B) $a > b > 0$ 且 $a \neq 1, b \neq 1, x, y \in R$, 若 $a^x = b^y$, 則 $x < y$

(C) $a > x > y > 1$, 則 $\log_a x > \log_a y$

(D) $0 < a < x < y < 1$, 則 $\log_a x > \log_a y$

(E) $a > 0, a \neq 1, x_1 > x_2 > 0$, 則 $\log_a \frac{x_1 + x_2}{2} > \frac{\log_a x_1 + \log_a x_2}{2}$

4. () 設 $a > 0, a \neq 1$, 就函數 $f(x) = a^x$ 與函數 $g(x) = \log_a x$ 的描述, 下列何者正確?

(A) 函數 $f(x)$ 的圖形恆在 x 軸的上方, 函數 $g(x)$ 的圖形恆在 y 軸的右方.

(B) 函數 $f(x)$ 的圖形恆過定點 $(0, 1)$, 函數 $g(x)$ 的圖形恆過定點 $(1, 0)$.

(C) 函數 $f(x)$ 的圖形與函數 $g(x)$ 的圖形對稱於直線 $y = x$.

(D) 函數 $f(x)$ 的圖形為凹向上, 函數 $g(x)$ 的圖形為凹向下.

(E) $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$ 且 $g(x_1 \cdot x_2) = g(x_1) + g(x_2)$

第一頁請繼續到第二頁!

台北市立松山高中 106 學年度第一學期高一期末考數學科試題(第二頁/第二頁)

【 $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$ 】班級：____ 座號：____ 姓名：_____

二. 填充題 (48%) (每格 6 分, 完全正確才給分) 【 $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$ 】

1. 若 $\log_{(x-1)}(4-x)$ 有意義, 則實數 x 的範圍為 (A)
2. 設 $2^x=9$, $3^y=16$ 則 xy 之值為 (B)
3. 求 $\log_{15} \frac{5}{3} - \log_{15} \frac{7}{4} + 2\log_{15} 3 + \frac{1}{2}\log_{15} 49 - 2\log_{15} 2 =$ (C)。
4. 不等式 $(\frac{1}{7})^{-x^2+5} < (7)^{2x+3}$ 的解為 (D)
5. 將 $y = \log_2 X$ 的圖形向左移 2 單位, 再向上移 3 單位, 所得新函數圖形為 $y = \log_2(aX + b)$, 則數對 $(a, b) =$ (E)
6. 方程式 $\frac{X}{2} = |\log_2 X|$ 有 (F) 個實數解。
7. 方程式 $\log_3(3^x - 8) = 2 - x$ 的解為 (G)
8. 若正實數 x, y 滿足 $\log_{10} x = 2.8$, $\log_{10} y = 5.6$, 則 $x^2 + y = a \times 10^n$ 表成科學記號, 再把 a 和 n 各別的小數部分四捨五入後最接近的整數為 b 和 m 值. 則數對 $(b, m) =$ (H)

三. 計算題 (28%) (每題 7 分) 【 $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$ 】

1. 假設 $\log 4.76 \approx 0.6776$, $\log 4.77 \approx 0.6785$, 求 $\log 4766 \approx$ 多少? (小數點後第五位四捨五入後取近似值到小數四位)
2. 解不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x) \geq -2$
3. 已知 7^{100} 為 85 位數, 11^{100} 為 105 位數, 則 77^{30} 為幾位數?
4. **最近流行性感冒盛行. 請同學要戴口罩. 勤洗手.** 假設感冒 A 菌有害人體, 某人將此感冒 A 菌 500 個吸進體內, 已知每個感冒 A 菌在人體內每隔 6 小時就會分裂成 2 個, 當體內達到 1 億個感冒 A 菌時身體就會出現流行性感冒反應, 在此期間則稱為潛伏期, 請問此感冒 A 菌在體內的潛伏期大約有幾天? (已知 $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$)

第二頁完題目結束!

教室軼事一則: 在一場預防流感的座談會中, 引言人大許說: 在潛伏期間更要戴口罩. 勤洗手. 生活作息正常. 輪到中清說: 多運動. 多吃蔬果. 接著小傳說: 專注研究數學功課可以強身. 預防感冒. 你覺得? 瞬間櫻桃小丸子出現... 待續中
※流感來襲請多多保重!!※

第二頁完題目結束!

台北市立松山高中 106 學年度第一學期高一期末考數學科答案卷

【 $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$ 】班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一. 多重選擇題 (24%) 【5 個選項中至少有 1 個是正確答案】(符號 \approx 就是近似值)
(每題 6 分, 只錯 1 個選項得 4 分, 只錯 2 個選項得 2 分, 答錯多於兩個選項或未答者 0 分)

1	ACDE	2	AD	3	CD	4	ABCE
---	------	---	----	---	----	---	------

二. 填充題 (48%) (每格 6 分, 答案未化至最簡不予計分, 完全正確才給分)

A	$1 < x < 4, x \neq 2$	B	8	C	1	D	$-2 < x < 4$
E	(8, 16)	F	3	G	2	H	(8, 5)

三. 計算題 (28%)(每題 7 分)請在答案紙上填寫完整的計算過程, 無計算過程及答案者不給分
空格不夠可寫在背面

<p>1.</p> <p>① 假設 $\log 4766 = 3 + \log 4.766 = 3 + t$ (1 分)</p> <p>② $\frac{4.766 - 4.76}{4.77 - 4.76} = \frac{t - 0.6776}{0.6785 - 0.6776}$ (2 分)</p> <p>③ $t = 0.6776 + 0.0009 \times \frac{3}{5} \approx 0.6781$ (2 分)</p> <p>④ $\log 4766 = 3 + \log 4.766 \approx 3.6781$ (2 分)</p> <p>ANS: 3.6781</p> <p>3.</p> <p>① 7^{100} 為 85 位數, $\therefore \log 7^{100}$ 首數為 84, $84 \leq \log 7^{100} < 85 \Rightarrow 0.84 \leq \log 7 < 0.85$。(2 分)</p> <p>② 11^{100} 為 105 位數, $\therefore 104 \leq \log 11^{100} < 105$ $\Rightarrow 1.04 \leq \log 11 < 1.05$, (2 分)</p> <p>③ $\log 77^{30} = 30(\log 7 + \log 11)$ $\Rightarrow 30(0.84 + 1.04) \leq \log 77^{30} < 30(0.85 + 1.05)$ $\Rightarrow 56.4 \leq \log 77^{30} < 57$, (2 分) 所以 $\log 77^{30}$ 首數為 56,</p> <p>④ ANS: 77^{30} 為 57 位數。 (1 分)</p>	<p>2.</p> <p>① $x > 0$ (1 分)</p> <p>② $(\log_2 x) > 0 \Rightarrow x > 1$ (2 分)</p> <p>③ $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x) \geq -2$ $\Rightarrow (\log_2 x) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = ((2)^{-1})^{-2} = 4$ $\Rightarrow x \leq (2)^4 = 16$ (2 分)</p> <p>④ ANS: $1 < x \leq 16$ (2 分)</p> <p>4.</p> <p>① 假設感冒 A 菌分裂 n 次 (1 分)</p> <p>② $500 \times 2^n \geq 100000000$ (2 分)</p> <p>③ $\log 500 + n \cdot \log 2 \geq \log 10^8 = 8$ $\Rightarrow n \cdot (0.3010) \geq 8 - 2.6990 \geq 5.3010$ $\Rightarrow n \geq \frac{5.3010}{0.3010} \approx 17.6$ 次 (2 分)</p> <p>④ 故需 17.6×6 小時 = 105.6 小時 = 4.4 天。(2 分)</p> <p>ANS: 潛伏期大約 4 天. 第 5 天有感冒反應.</p>
---	---