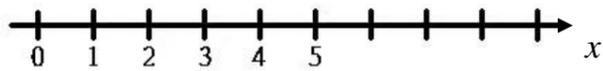


一年級 數學科試題卷

一、單選題 (占 20 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請填在答案卷上。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

() 1. 某生利用尺規作圖，在數線上依序操作以下步驟：



步驟一：過原點 O 任作異於數線的直線 L

步驟二：用圓規在 L 上取異於 O 的相異三點 D, E, F ，使得 $\overline{OD} = \overline{DE} = \overline{EF}$

步驟三：設 C 點表示數線上整數 5 的位置，連接 \overline{CF}

步驟四：過 E 點作一直線平行 \overline{CF} 交數線於 A 點

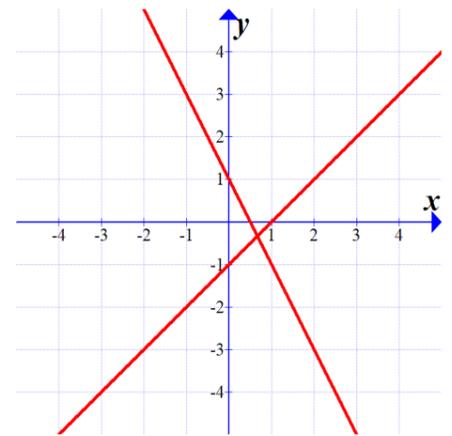
試問： A 點所表示的坐標為何？

- (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{6}{5}$ (3) $\frac{9}{5}$ (4) $\frac{5}{3}$ (5) $\frac{10}{3}$

() 2. 設 a, b 為實數，已知兩直線 $L: ax + y = 1$ 與 $M: x + by = 1$

畫在同一坐標平面上如右圖所示。請選出正確的選項。

- (1) $a > 0$ 且 $b > 0$ (2) $a > 0$ 且 $b < 0$
 (3) $a < 0$ 且 $b > 0$ (4) $a < 0$ 且 $b < 0$
 (5) $ab = 0$



() 3. 在下列圖形中：

圖形一	圖形二	圖形三	圖形四	圖形五
(x 軸)	(異於 x 軸的水平線)			(異於 y 軸的鉛直線)

哪些是一次函數的圖形？

- (1) 圖形三、四 (2) 圖形二、三、四 (3) 圖形三、四、五
 (4) 圖形一、二、三、四 (5) 全部皆是

- () 4. 已知兩多項式 $f(x), g(x)$ 的次數皆為 3，設 $k = \deg(f(x) \cdot g(x))$ ，請選出正確的選項。
- (1) $k \leq 3$ (2) $k = 4$ (3) $k = 5$ (4) $k = 6$ (5) $k = 9$

二、多選題 (占 20 分)

說明：第 5 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項填寫在答案卷上。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- () 5. 請在下列選項中，選出**有理數**。
- (1) 3.1416 (2) $1.\bar{3}$ (3) $\sqrt{6}$ (4) $\sqrt{144}$ (5) $\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1}$
- () 6. 下列各方程式中，請選出有實數解的選項。
- (1) $|x+1| + |x-3| = \sqrt{5} + \sqrt{3}$
(2) $|x+1| + |x-3| = 4$
(3) $|x+1| - |x-3| = -1$
(4) $|x+1| - |x-3| = 4$
(5) $|x+1| - |x-3| = 7$
- () 7. 下列關於多項式的敘述，請選出正確的選項。
- (1) $f_1(x) = 0$ 是奇函數
(2) $f_2(x) = x^2 + 3$ 是偶函數
(3) $f_3(x) = x^3$ 是嚴格遞增函數
(4) $f_4(x) = 2x^2 + 3x + 4 + x^3$ 依升冪排列後為 $f_4(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$
(5) $f_5(x) = 1 - x + 2x^2 - 3x^3$ 的領導係數是 1
- () 8. 對於函數 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 在坐標平面上的圖形，請選出正確的選項。
- (1) 該函數圖形為開口向上的拋物線
(2) 該函數圖形的頂點為 $(1, -4)$
(3) 該函數圖形為點對稱圖形，頂點為對稱中心
(4) 該函數圖形和 x 軸交於兩點
(5) 當 $0 \leq x \leq 2$ 時，該函數的最大值為 5、最小值為 -4

三、填充題（占 40 分）

說明：第 A 題至第 H 題，每題完全給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。請將答案填寫至答案卷上。

A. 化簡 $\sqrt{20 - \sqrt{364}}$ 。

B. 設 A, B, P 為數線上三點，其坐標分別為 $-3, 7, x$ ，且 $\overline{AP}:\overline{BP} = 3:2$ ，試求 $x = ?$

C. 解不等式 $3 < |2x + 1| \leq 7$ 。

D. 設 a, b, c 為實數，已知兩多項式 $f(x) = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$ 與 $g(x) = (x - 2)^3 + bx^2 + (c - 19)x - 19$ 相等，試求 $100a + 10b + c = ?$

E. 歐拉數 (Euler's number) e 為一個數學上經常使用的常數，它是一個不循環無限小數，其數值約是

$$e = 2.71828182845904523536 \dots$$

設 a, b 為有理數，已知 $(a - 1)e + b = (2b + 2)e - a + 3$ ，試求數對 $(a, b) = ?$

F. 設 $y = f(x)$ 為二次函數，若其圖形以 $x + 2 = 0$ 為對稱軸，且通過 $(-3, -2), (1, 6)$ 兩點，試求 $f(-2) = ?$

G. 設 a, b 為實數，將 $y = (x - 1)^3 + 3$ 的圖形向左平移 4 單位、向下平移 2 單位後，可得到 $y = (x - a)^3 + b$ 的圖形，試求數對 $(a, b) = ?$

H. 若三次多項式 $f(x)$ 除以 $x - 2$ 的商式為 $g(x)$ 、餘式為 3，且 $g(x)$ 除以 $x - 2$ 的商式為 $x + 5$ 、餘式為 -7 。

若 $f(x)$ 除以 $(x - 2)^2$ 的商式為 $ax + b$ 、餘式為 $cx + d$ ，則 $a + b + c + d = ?$

四、計算題

說明：本部分共有甲、乙二大題，每題 10 分，答案必須寫在答案卷上指定格內，超出格外不予計分，同時必須寫出演算過程或理由，依步驟給分，演算過程或理由不清楚將酌予扣分。

甲、設 C 為一圓， \overline{AB} 為圓 C 的直徑， $\overline{AB} = 2$ ，其中 A, B 為此直徑的兩端點。

若圓 C 上有一動點 P 點，且令 $\overline{PA} = x$ ， $\overline{PB} = y$ 。

1. 請依照題意，繪製示意圖。(2 分)
2. 請完整說明為何會有 $x^2 + y^2 = 4$ 之結果。(引用定理與性質須註明)(2 分)
3. 試運用算幾不等式，求 $\triangle ABP$ 面積的最大值，並求此時 $x = ? y = ?$ (6 分)

(前一小題沒有做出來，也可以運用前一小題的結果。)

乙、設 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 6x + 3$ ，

1. 試連續運用綜合除法將 $f(x)$ 表示成 $x - 1$ 的多項式，
即 $f(x) = a(x - 1)^3 + b(x - 1)^2 + c(x - 1) + d$ ，其中 a, b, c, d 為常數。(8 分)
2. 利用 1 的結果，求 $f(1.01)$ 的近似值。(四捨五入至小數第二位)(2 分)

臺北市立松山高級中學 106 學年度第一學期 第一次期中考

一年級 數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題(每題 5 分，共 20 分)

1	2	3	4

二、多選題(每題 5 分，共 20 分)

5	6	7	8

三、填充題(每格 5 分，共 40 分)

A	B	C	D
E	F	G	H

四、計算題(每題 10 分，共 20 分)

甲	乙

臺北市立松山高級中學 106 學年度第一學期 第一次期中考

一年級 數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_參考答案_

對	5	4	3
分	5	3	1

一、單選題(每題 5 分，共 20 分)

1	2	3	4
5	2	1	4

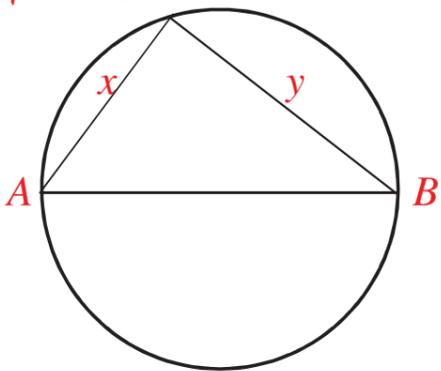
二、多選題(每題 5 分，共 20 分)

5	6	7	8
124	234	123	14

三、填充題(每格 5 分，共 40 分)

A	B	C	D
$\sqrt{13} - \sqrt{7}$	3, 27	$-4 \leq x < -2$ 或 $1 < x \leq 3$	367
E	F	G	H
(3, 0)	-3	(-3, 1)	16

四、計算題(每題 10 分，共 20 分)

甲	乙
<p>1. 示意圖如下：</p>  <p>2. 在 $\triangle ABP$ 中，$\angle P$ 為半圓所對之圓周角，故 $\angle P$ 為直角，再由畢氏定理可知 $x^2 + y^2 = \overline{AB}^2 = 4$。</p> <p>3. 由算幾不等式：$2 = \frac{x^2 + y^2}{2} \geq \sqrt{x^2 y^2} = xy$，故 $\triangle ABP$ 面積 = $\frac{1}{2}xy \leq 1$。等號成立於 $x^2 = y^2$ 即 $x = y$ 時，代入 $x^2 + y^2 = 4$ 解得 $x = y = \sqrt{2}$，此時 $\triangle ABP$ 面積 = $\frac{1}{2}xy = 1$。故當 $x = y = \sqrt{2}$ 時，此 $\triangle ABP$ 的面積有最大值 1。</p>	<p>1. 利用綜合除法：</p> $\begin{array}{r l} 2 - 5 + 6 + 3 & 1 \\ + 2 - 3 + 3 & \\ \hline 2 - 3 + 3 & + 6 \leftarrow d \\ + 2 - 1 & \\ \hline 2 - 1 & + 2 \leftarrow c \\ + 2 & \\ \hline a \rightarrow 2 + 1 & \leftarrow b \end{array}$ <p>故 $f(x) = 2(x-1)^3 + (x-1)^2 + 2(x-1) + 6$</p> <p style="text-align: center;">「可忽略」</p> <p>2. $f(1.01) = 2(0.01)^3 + (0.01)^2 + 2(0.01) + 6 \approx 6.02$</p>