

臺北市立松山高級中學 105 學年度第二學期高二社會組數學第一次期中考試卷

範圍：空間向量、平面方程式

班級：_____座號：_____姓名：_____

一、單一選擇題(每題 4 分，共 16 分)

() 1. 空間中一點 $P(1, 2, 3)$ 到 xy 平面的距離為何？

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) $\sqrt{1^2+2^2+3^2}$

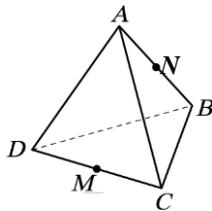
() 2. 設 $A(1, 2, 3)$, $B(3, 0, 1)$, \overline{AB} 在平面 $ax+2y+bz+4=0$ 的投影長為 0, 則 $(a, b) =$

- (1) $(-1, 1)$ (2) $(-2, 2)$ (3) $(1, -1)$ (4) $(2, -2)$ (5) $(2, 2)$

() 3. 設有一正四面體 $ABCD$, 則到 A, B, C, D 均等距的平面有幾個？

- (1) 0 (2) 1 (3) 3 (4) 4 (5) 7

() 4. 設有一稜長為 1 的正四面體 $ABCD$, 其中 \overline{AB} 的中點為 N , \overline{CD} 的中點為 M , 若生活在此四面體表面上的一隻昆蟲小松, 希望由 M 沿著此四面體的表面爬至 N , 試問昆蟲小松 行進路線的最短距離為？



- (1) 1 (2) 2 (3) $\sqrt{2}$ (4) $\frac{3}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、多重選擇題(每題 6 分，共 18 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

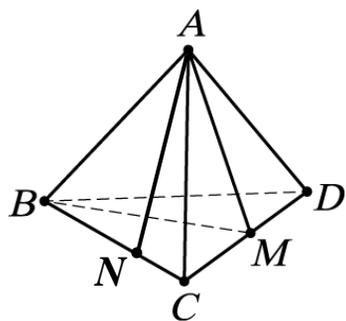
() 1. 試問下列哪些選項是正確的？

- (1) 空間中一直線 L , 若 P 點在 L 上, 則過 P 點且與 L 垂直的所有直線皆落在同一平面上
- (2) 空間中三相異直線 L_1, L_2, L_3 , 若 $L_1 \perp L_3$ 且 $L_2 \perp L_3$, 則 L_1 與 L_2 平行
- (3) 空間中平面 E 及其外一點 P , 則過 P 而與 E 垂直的平面恰有一個
- (4) 設空間中相異二平面 E_1, E_2 交於一直線 L , 若 L 垂直於另一平面 E_3 , 則 E_1, E_2 均與 E_3 垂直
- (5) 空間中不共線之相異三點 A, B, C , 若有一動點 P 滿足 $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}$, 則 P 點的軌跡為一直線

() 2. 設 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是空間中三個不平行的非零向量, 試問下列哪些敘述是正確的？

- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b}$ (2) $\vec{a} \times \vec{b} - \vec{b} \times \vec{a} = \vec{0}$
- (3) $(\vec{b} \times \vec{a}) \cdot (3\vec{a} - 5\vec{b}) = 0$ (4) 若 $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{c}$, 則 $\vec{a} = \vec{b}$
- (5) $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$, 其中 θ 為 \vec{a}, \vec{b} 的夾角

- () 3. 如下圖， $ABCD$ 為稜長 2 的正四面體， M 為 \overline{CD} 的中點， N 在 \overline{BC} 上，且 $\overline{BN} = 2\overline{NC}$ ，點 A 在平面 BCD 上的投影點為 G ，試問下列哪些敘述是正確的？



- (1) G 為 $\triangle BCD$ 的重心 (2) \overline{AB} 與 \overline{CD} 歪斜 (3) $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$
 (4) $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AM} = \frac{8}{3}$ (5) 平面 ACD 與平面 BCD 的二面角大於 60°

三、填充題(每格 6 分，共 66 分)

1. 若 O 為原點，設 $\overrightarrow{OA} = (1, 1, 2)$ ， $\overrightarrow{OB} = (2, 2, -4)$

- (1) 點 A 在 \overline{OB} 上的投影點坐標為_____。
 (2) 令 $\overrightarrow{OC} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ ，若 \overline{OC} 平分 $\angle AOB$ 且 $t > 0$ ，則 $t =$ _____。
 (3) 若 $\overrightarrow{OC} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ ，其中 $-1 \leq s \leq 1$ ， $0 \leq t \leq 3$ ，試求所有 C 點所形成的區域面積為_____。

2. 設一平面 E 通過 $A(-1, 2, 3)$ ， $B(2, 3, 1)$ ，且垂直平面 $3x - y + 2z = 6$ ，則平面 E 的方程式為_____。(以一般式作答)

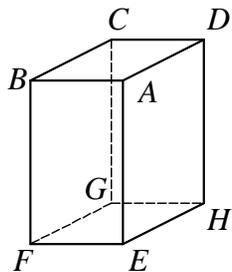
3. $A(3, 1, 0)$ ， $B(-2, 4, 1)$ ， $E: x + 2y - 3z + 5 = 0$ ，若直線 AB 交平面 E 於 P 點，求 $\overline{AP} : \overline{BP} =$ _____。

4. 空間中有一平面 E 通過點 $P(2, 3, 1)$ ，且分別交 x 、 y 、 z 軸的正向於 A 、 B 、 C 三點。若 O 為原點，試求：

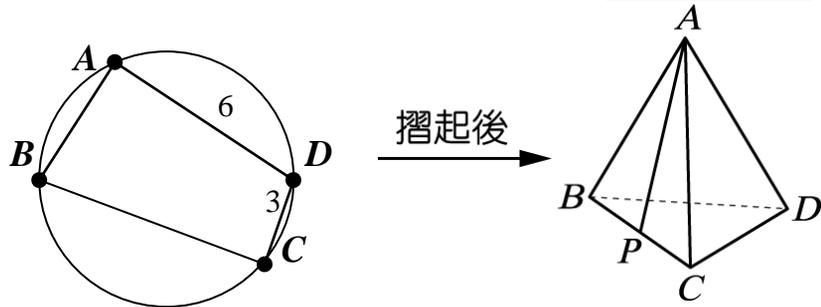
- (1) $2\overline{OA} + 3\overline{OB} + 4\overline{OC}$ 之最小值為_____。
 (2) 承(1)，於 $2\overline{OA} + 3\overline{OB} + 4\overline{OC}$ 有最小值時，平面 E 的方程式為_____。(以一般式作答)

5. 如下圖，一長方體 $ABCD-EFGH$ ， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{AE} = 3$ ，試求：

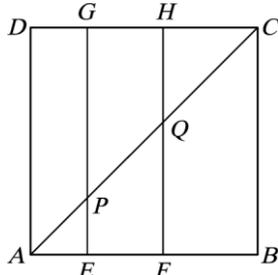
- (1) $\cos(\angle DBE) =$ _____。
 (2) 設平面 BDE 與平面 $BCGF$ 的夾角為 θ ，試求 $\cos \theta =$ _____。



6. 已知 $ABCD$ 為圓內接四邊形的紙張，其中 $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{CD} = 3$ ，今沿 \overline{BD} 摺起紙張直至 A 點的投影點 P 在 \overline{BC} 上，則摺起後 $\overline{AC} =$ _____。



7. 下圖是邊長 12 的正方形紙片，其中 $\overline{AD} \parallel \overline{EG} \parallel \overline{FH} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AE} = 3$ 、 $\overline{EF} = 4$ 、 $\overline{FB} = 5$ ，沿 \overline{EG} 、 \overline{FH} 折成一個三角柱 (\overline{AD} 與 \overline{BC} 重合)，則 D 點到平面 APQ 的距離為_____。



臺北市立松山高級中學 105 學年度第二學期高二社會組數學第一次期中考答案卷

使用 班級	高二 社會組	班級		座號		姓名		得分	
----------	-----------	----	--	----	--	----	--	----	--

一、單一選擇題(每題 4 分，共 16 分)

1	2	3	4
4	2	5	1

二、多重選擇題(每題 6 分，共 18 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

1	2	3
145	35	全

三、填充題(每格 6 分，共 66 分)

1(1)	1(2)	1(3)
$(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$	$\frac{1}{2}$	$48\sqrt{2}$
2	3	4(1)
$2y+z=7$	5:4	49
4(2)	5(1)	5(2)
$x+y+2z=7$	$\frac{\sqrt{2}}{10}$	$\pm\frac{6}{7}$
6	7	
$3\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}$	