台北市立松山高中 105 學年度第二學期高一數學科第一次期中考題目卷

一、多重選擇題(每題 6 分，共 24 分，每錯一個選項扣 2 分，扣至該題 0 分為止)

1. 設 $< a_n >$、$< b_n >$ 為兩數列，判斷下列選項何者**正確**？

(1) $\sum_{k=1}^{n} a_k b_k = (\sum_{k=1}^{n} a_k)\cdot(\sum_{k=1}^{n} b_k)$　(2) $\sum_{k=1}^{n}(\frac{a_k}{b_k}) = \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k}{\sum_{k=1}^{n} b_k}$　(3) $\sum_{k=1}^{n}(a_k + b_k) = (\sum_{k=1}^{n} a_k) + (\sum_{k=1}^{n} b_k)$

(4) $\sum_{k=5}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^{4} a_k$　(5) $\sum_{k=6}^{14} n = 9n$

2. 設 S_n 表示數列前 n 項的和，且 $S_n = n^2 + 5n + 1$，則下列選項何者**正確**？

(1) $a_1 = 6$　(2) $a_3 = 10$　(3) $S_{10} = 151$　(4) $a_n = S_n - S_{n-1}$　(5) $a_n = 2n + 4, n \geq 2$

3. 設集合 $A = \{0,1,2\}$、$B = \{2,3,4,5\}$，則下列選項何者為**真**？

(1) $\{0\} \in A$　(2) $\phi \in A$　(3) $\phi \subset A$　(4) $\{2,4\} \subset A \times B$　(5) $\{3,4\} \subset B - A$

4. 設 a,b 是實數，A,B 皆為某個宇集的子集則下列選項何者**正確**？

(1) $(a-1)^2 + (b-2)^2 = 0$ 的否定敘述是 $(a-1)^2 + (b-2)^2 \neq 0$

(2) $(a-1)^2 + (b-2)^2 = 0$ 的否定敘述是 $a \neq 1$ 或 $b \neq 1$

(3) $n(A-B) = n(A) - n(B)$

(4) 若 $A \subset B$，則 $A - B = \phi$

(5) 若 $A \subset B$，則 $B' \subset A'$

二、填充題(每格 5 分，共 60 分)

1. 試求下列各小題的值

(1) $1\cdot 2 + 2\cdot 3 + 3\cdot 4 + \ldots + 20\cdot 21 =$ ＿＿＿＿＿＿＿。

(2) $11^2 + 12^2 + \ldots + 20^2 =$ ＿＿＿＿＿＿＿。

(3) $1 + (1+2) + (1+2+3) + \ldots + (1+2+3+\ldots+20) =$ ＿＿＿＿＿＿＿。

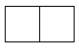
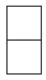
(4) $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{20\cdot 21} =$ ＿＿＿＿＿＿＿。

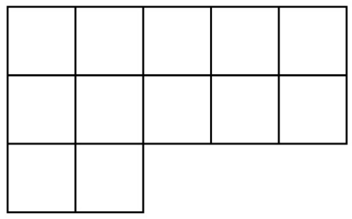
2. 若一數列定義如下：$a_1 = 2$，$a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$，$n \in \mathbb{N}$，則此數列的一般項 $a_n =$ ＿＿＿＿。(以 n 的形式表示)

3. 有一規則數列 $\frac{1}{1},\frac{2}{2},\frac{1}{2},\frac{3}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{4}{4},\frac{3}{4},\frac{2}{4},\frac{1}{4},\ldots$，試問 $\frac{6}{11}$ 為此數列第＿＿＿＿項。

4. 設$\langle a_n \rangle$是一等比數列，若$a_1+a_2+a_3=18$，$a_2+a_3+a_4=-9$，則此數列前 10 項的和為______________。

5. 已知集合$A=\{1\}$，$B=\{1,2,3,4\}$，則滿足包含關係$A\subset C\subset B$的集合C有_________個。

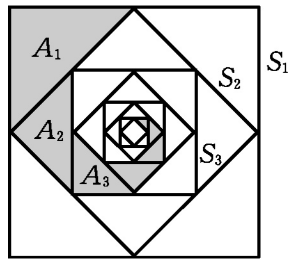
6. 一個房間的地面是由 12 個正方形所組成，如附圖。今想用長方形瓷磚鋪滿地面，已知每一塊長方形瓷磚可以覆蓋兩個相鄰的正方形，即或。則用 6 塊瓷磚鋪滿房間地面的方法有_____________種。



7. 設a為一整數，兩集合$A=\{2,3,a^2-5a+10\}$，$B=\{2a-2,-5a+13,-a+6\}$，$A\cap B=\{3,4\}$，則$a=$________。

8. 設$\{a_1,a_2,a_3,a_4\}=\{1,2,3,4\}$，則滿足$(1-a_1)(2-a_2)(3-a_3)(4-a_4)\neq 0$的情形有__________種。

9. 附圖是七個正方形$S_1,S_2,\ldots,S_7$。其中S_{k+1}內接於S_k且S_{k+1}的四個頂點正好是S_k四條邊的中點$(k=1,2,3,4,5,6,7)$，已知S_1的邊長為 4，圖中每個等腰直角三角形的面積依序為$A_1,A_2,\ldots,A_7$試求$\sum_{k=1}^{7}A_k=$____________。



三、計算證明題(每題 8 分，共 16 分)

1. 某班第一次段考，國文、英文、數學不及格的人數都是 10 人，國文、英文都不及格的有 6 人，英文、數學兩科都不及格的有 3 人，數學、國文兩科都不及格的有 5 人，國英數三科都不及格的有 2 人，試求：
   (1) 恰兩科不及格的人數？(4 分)
   (2) 恰一科不及格的人數？(4 分)

2. 設n是正整數，若8^n+6恆為質數p的倍數，$p>2$
   (1) 試求p值。(2 分)
   (2) 以數學歸納法證明8^n+6恆為質數p的倍數。(6 分)

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝試題結束＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

台北市立松山高中 105 學年度第二學期高一數學科第一次期中考答案卷

一、多重選擇題(每題 6 分，共 24 分，每錯一個選項扣 2 分，扣至該題 0 分為止)

1	2	3	4

二、填充題(每格 5 分，共 60 分)

1(1)	1(2)	1(3)	1(4)
2	3	4	5
6	7	8	9

三、計算證明題(每題 8 分，共 16 分)

1	2

台北市立松山高中 105 學年度第二學期高一數學科第一次期中考答案

一、多重選擇題(每題 6 分，共 24 分，每錯一個選項扣 2 分，扣至該題 0 分為止)

1	2	3	4
345	235	35	145

二、填充題(每格 5 分，共 60 分)

1(1)	1(2)	1(3)	1(4)
3080	2485	1540	$\frac{20}{21}$
2	**3**	**4**	**5**
$\frac{n+1}{n}$	61	$\frac{1023}{64}$	8
6	**7**	**8**	**9**
11	3	9	$\frac{127}{32}$

三、計算證明題(每題 8 分，共 16 分)

1	2
(1) 8 人 (2) 8 人	(1) $p=7$ (2) 略