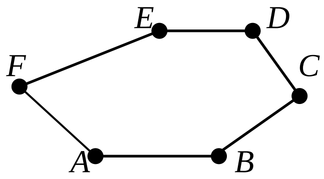
臺北市立松山高級中學 105 學年度第一學期高二社會組數學期末考試卷

範圍：向量　　　　　　　　　　　　　　　　班級：_____座號：_____姓名：_________

一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

(　　　)1.如下圖 $ABCDEF$ 為一六邊形，試問下列何者最大？



(A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$　(B) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$　(C) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$　(D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$　(E) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$

(　　　)2.設 $A(1，2)$，$B(2，1)$，O 為原點，若 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，其中 $|x|\le 1$，$|y|\le 1$，

則終點 P 點所成的區域面積為？

(A) 3　(B) 6　(C) 9　(D) 12　(E) 15

(　　　)3.設 $A(4，-3)$，$B(2，1)$，O 為原點，設 $\overrightarrow{OA}$ 在 $\overrightarrow{OB}$ 和 $\overrightarrow{BO}$ 方向上的正射影分別為 $\overrightarrow{a}$ 和 $\overrightarrow{b}$，

則 $\left|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}\right|=$?

(A)0　(B)5　(C)10　(D)$\sqrt{5}$　(E)$2\sqrt{5}$

二、多重選擇題(每題 6 分，共 18 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

(　　　)1.試問下列哪些選項是正確的？

(A) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{a}$　(B) 若 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}$，則 $\overrightarrow{b}=\overrightarrow{c}$

(C) 若 $\overrightarrow{a}$ 在 $\overrightarrow{c}$ 方向上的正射影長與 $\overrightarrow{b}$ 在 $\overrightarrow{c}$ 方向上的正射影長相等，則 $\left|\overrightarrow{a}\right|=\left|\overrightarrow{b}\right|$

(D) 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=p$，$\begin{vmatrix} c & a \\ d & b \end{vmatrix}=q$，則 $pq<0$

(E) 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=p$，則 $\begin{vmatrix} 2016a & 2017a+b \\ 2016c & 2017c+d \end{vmatrix}=2016p$

(　　　)2.在 xy 平面上，設 α、β 為定實數，直線 L：$\begin{cases} x=\alpha+3t \\ y=\beta t \end{cases}$，$t$ 為實數，直線 L 通過

點 $P(1，4)$ 且與直線 L' $2x+3y+5=0$ 平行。試問下列哪些選項是正確的？

(A)$\alpha=7$　(B)$\beta=2$

(C)直線 L 與直線 L' 的距離為 $\dfrac{9}{\sqrt{13}}$

(D)與直線 L 垂直的單位向量為 $(\dfrac{2}{\sqrt{13}}，\dfrac{3}{\sqrt{13}})$ 與 $(-\dfrac{2}{\sqrt{13}}，-\dfrac{3}{\sqrt{13}})$

(E)若直線 L 與 y 軸所夾的銳角為 θ，則 $\cos\theta=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$

(　　　)3. 平行四邊形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{PC}=2\overrightarrow{BP}$，$\overrightarrow{DQ}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{QC}$。試問下列哪些選項是正確的？

(A) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$　(B) $\overrightarrow{AP}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

(C) $\overrightarrow{AQ}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AD}$　(D) $\overrightarrow{AC}=\dfrac{9}{11}\overrightarrow{AP}+\dfrac{8}{11}\overrightarrow{AQ}$

(E) 若 $\overline{AC}$ 與 $\overline{PQ}$ 交於 R 點，則 $\overrightarrow{AR}=\dfrac{11}{17}\overrightarrow{AC}$

三、填充題(每格 5 分，共 60 分)

1.設 $\overrightarrow{a}=(1，1)$，$\overrightarrow{b}=(2，6)$，t 為實數，當 $t=\alpha$ 時，$\left|t\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right|$ 有最小值 β，

則數對 $(\alpha，\beta)=$__________。

2.設 x、y 為實數，$x^2+y^2+2x=4$，(1)當數對 $(x，y)=$__________，(2) $x-2y$ 有最小值__________。

3. ΔABC 中，D、E、F 分別在 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$、$\overline{DE}$ 上，$\overline{AD}=2\overline{BD}$，$\overline{AE}=\overline{EC}$，$\overline{DF}=2\overline{FE}$，若 $\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，

則數對 $(x，y)=$__________。

4. ΔABC 中，D、E、F 分別在 $\overline{BC}$、$\overline{CA}$、$\overline{AB}$ 上，且 $\overline{BD}=\frac{1}{3}\overline{BC}$，$\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AB}$，$\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$，

若 G 為 ΔDEF 的重心，若 $\overrightarrow{AG}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則數對 $(x，y)=$__________。

5.已知 $\left|\overrightarrow{a}\right|=2$，$\left|\overrightarrow{b}\right|=3$，$\left|\overrightarrow{c}\right|=3$，且 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{0}$，試求：

(1) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}=$__________。

(2) $\left|3\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}+4\overrightarrow{c}\right|=$__________。

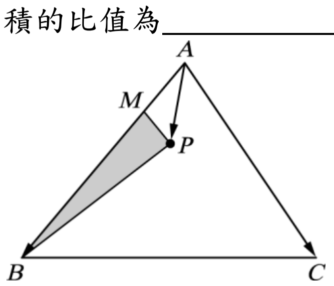
6.已知兩直線 $L_1: 2x-y+1=0$，$L_2: x-2y+5=0$，試求出 L_1 與 L_2 之<u>銳角</u>角平分線方程式__________。

7.直線 $2x-y+1=0$，以(0，1)為中心，逆時針方向轉 45° 之方程式為__________。

8. $A(1，2)$，$B(4，6)$，$C(3，3)$，試求 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 方向上之正射影為__________。

9.如下圖所示，設 P 為 ΔABC 內一點，且 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{BM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$，試求 ΔPMB 的面積與 ΔABC

面積的比值為__________。



10.設實數 a，b，c，d 滿足 $a^2+b^2=1$ 且 $(c-3)^2+(d-4)^2=4$，試問 $ac+bd$ 的最大值為__________。

四、計算題(共 10 分)

1.利用克拉碼公式，試就實數 k 值，討論方程組 $\begin{cases} kx-y=k+1 \\ 4x-ky=3k \end{cases}$ 的解，若有解需寫出其解。

臺北市立松山高級中學 105 學年度第一學期高二社會組數學期末考答案卷

使用班級	高二社會組	班級		座號		姓名		得分	

一、單一選擇題(每題 4 分，共 12 分)

1	2	3
B	D	A

二、多重選擇題(每題 6 分，共 18 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個(含)以上得 0 分)

1	2	3
AE	ADE	ABDE

三、填充題(每格 5 分，共 60 分)

1	2(1)	2(2)
$(-4,2\sqrt{2})$	(-2,2)	-6
3	4	5(1)
$(\frac{2}{9},\frac{1}{3})$	$(\frac{7}{18},\frac{5}{18})$	-2
5(2)	6	7
$4\sqrt{2}$	$x-y+2=0$	$3x+y-1=0$
8	9	10
(4,2)	$\frac{3}{20}$	7

四、計算題(共 10 分)

1. $\Delta=-k^2+4$(1 分)，$\Delta_x=-k^2+2k$ (1 分)，$\Delta_y=3k^2-4k-4$(1 分)

當 $k\neq\pm2$ 時，方程組恰有一解(1 分)，$(\frac{k}{k+2},\frac{-3k-2}{k+2})$。(2 分)

當 $k=2$ 時，方程組有無限多組解(1 分)，$\begin{cases}x=t\\y=-3+2t\end{cases},t\in R$。(2 分)

當 $k=-2$ 時，方程組無解(1 分)。