

台北市立松山高中 105 學年度第一學期第二次期中考高一數學試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題：(每題 7 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 3 分，錯三個選項以上得 0 分，共 35 分)

() 1. 下列選項何者正確？

- (A) a, b 均為複數且 $a^2 + b^2 = 0$ ，則 $a = 0, b = 0$
- (B) 任意整係數方程式必有有理根
- (C) 方程式 $x^4 + x^2 + 1 = 0$ 沒有正實根
- (D) $\sqrt[3]{2}$ 是方程式 $x^6 = 2$ 唯一的正實數根
- (E) 若 $f(x) = 0$ 為實係數三次方程式，則 $f(x^2) = 0$ 至少有一實根

() 2. 已知 $f(x)$ 為四次實係數多項式，其值的正負情形如下表，且 $f(-1+4i) = 0$ 。下列敘述哪些是正確的？

(A) 方程式 $f(x) = 0$ 恰有兩正根

x	0	1	2	大於 3
$f(x)$ 值	+	-	+	+

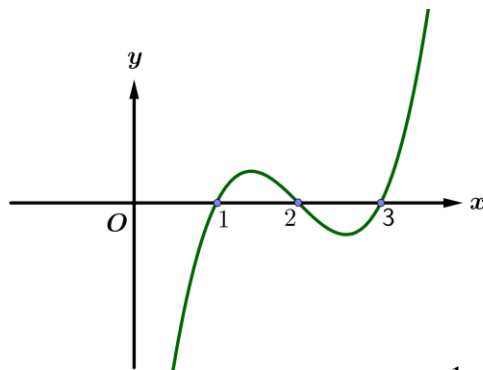
(B) 若 $1 + \frac{\sqrt{2}}{3}$ 為 $f(x) = 0$ 之一根，則 $1 - \frac{\sqrt{2}}{3}$ 亦為 $f(x) = 0$ 的根

(C) $y = \frac{f(x)}{x^2 + 2x + 17}$ 的函數圖形為開口向上的拋物線

(D) $f(x) = 0$ 的四根和為負數

(E) $f(x) = 0$ 的四根乘積為負數

() 3. 已知 $y = (x-1)(x-2)(x-3)$ 的圖形如下圖，今考慮 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) - 0.001$ ，則有關方程式 $f(x) = 0$ ，下列敘述何者正確？



- (A) 方程式 $f(x) = 0$ 有三個實根
- (B) 當 $x > 3$ 時，恰有一實根
- (C) 當 $2 < x < 3$ 時，恰有一實根
- (D) 當 $1 < x < 2$ 時，恰有一實根
- (E) 當 $x < 1$ 時，無實根

() 4. $f(x)$ 為實係數四次多項式，若 $g(x) = x^2 + 6x + 10$ 為 $f(x)$ 之因式，且 $f(x) < 0$ 的解為 $-2 < x < \frac{1}{3}$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) $f(3-i) = 0$
- (B) $y = x \cdot f(x)$ 之圖形與 x 軸有三個交點
- (C) $f(2x) > 0$ 之解為 $x > \frac{1}{6}$ 或 $x < -1$
- (D) $y = f(x)$ 之圖形與 x 軸必有交點
- (E) 若 a, b 為實數，則 $f(a+bi) + f(a-bi)$ 有可能為純虛數

() 5. 設 a, b, c 為相異三個實數且 $f(x) = c \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + a \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + b \frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}$ ，則

- (A) $f(a) = a$
- (B) $f(x)$ 為二次多項式
- (C) $f(x)$ 的首項係數為 $a+b+c$
- (D) $f(2016) = 2016$
- (E) $ax^3 + bx^2 + cx$ 為 $f(x)$ 之倍式

二、填充題：(每格 5 分，共 50 分，全對才給分)

1. 設 $f(x)$ 為三次多項式，已知 $f(0) = f(-2) = 0$ 且 $f(1) = 6, f(3) = 60$ ，則 $f(x) =$ _____ 【A】 _____ .

2. 方程式 $2x^4 - x^3 - 3x^2 - 5x - 2 = 0$ 的解為 _____ 【B】 _____ .

3. 解下列不等式：

(1) $(x-1)(x+5)^7(x^2-2x-3)(x^2+2x+7) < 0$ ，則 x 解為 _____ 【C】 _____ .

(2) $\frac{x^3+3x^2-8}{x^2-2x-3} \leq 1$ ，則 x 解為 _____ 【D】 _____ .

4. 設 a 為實數，複數 $z = \frac{a+5i}{3-2i}$ 的虛部為 0，則實數 a 為 _____ 【E】 _____ .

5. $f(x) = x^7 + ax^4 + bx^2 + cx + 2i$ ，其中 a, b, c 皆為實數，若 $f(2+i) = 8+9i$ ，求 $f(2-i) =$ _____ 【F】 _____ .

6. 設 m 是實數，且方程式 $x^2 - (2+7i)x + (mi-3) = 0$ 有一負實根 α ，另一根為 β ，求 $\beta =$ _____ 【G】 _____ .

7. 設 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ 為整係數多項式，若 $f(1) = 1, f(2) = 4, f(3) = 9$ ，則 $f(-1) + f(5) =$ _____ 【H】 _____ .

8. 化簡 $2\left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)^4 - 8\left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right) + 3$ 之值為 _____ 【I】 _____ .

9. 小灰最近在複習段考，發現數學筆記本上寫著一個實係數多項式方程式的解法，但由於某次意外造成汙損，因此只能看到此多項式方程式為 $3x^3 + \blacksquare x^2 + 13x + \blacksquare = 0$ ，以及最後一行的結論“此方程式有一根為 $1-2i$ ”，若假設兩汙損係數和為 a ，此方程式之實根為 b ，則數對 $(a, b) =$ _____ 【J】 _____ .

三、計算題：(第 1 題 5 分; 第 2 題 (1)5 分, (2)5 分, 共 15 分)

1. 已知多項式 $f(x)$ 被 $(x-1)^2$ 除之餘式為 $x+1$ ，被 $(x+1)^2$ 除之餘式為 $2x-1$ ，則被 $(x+1)^2(x-1)$ 除之餘式為何？(5 分)

2. 設 α, β 是方程式 $x^2 + 7x + 2 = 0$ 的兩根，試求：

(1) $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ (5 分) (2) $\frac{\alpha}{\alpha+3} + \frac{\beta}{\beta+3}$ (5 分)

台北市立松山高中 105 學年度第一學期第二次期中考高一數學試題 【答案卷】

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題：(每題 7 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 3 分，錯三個選項以上得 0 分，共 35 分)

1.	2.	3.	4.	5.
CD	AC	ABE	BCD	ADE

二、填充題：(每格 5 分，共 50 分，全對才給分)

【A】	【B】	【C】	【D】
$x(x+1)(x+2)$ $=x^3+3x^2+2x$	$\frac{-1}{2}, 2, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$	$-5 < x < -1$ 或 $1 < x < 3$	$x < -1$ 或 $1 \leq x < 3$
【E】	【F】	【G】	【H】
$\frac{-15}{2}$	$8-5i$	$3+7i$	170
【I】	【J】		
-8	$(0, \frac{-1}{3})$		

三、計算題：(第 1 題 5 分;第 2 題(1)5 分,(2)5 分，共 15 分) *請詳細寫出過程, 否則不予給分

1. $\frac{1}{4}(x+1)^2 + 2x - 1$ $= \frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{4}$	2. (1) $-7 - 2\sqrt{2}$ (2) $\frac{17}{10}$
--	---