

班級: _____ 姓名: _____ 座號: _____

一、是非題：（共 20 分,每題 2 分）

1. 若 a 為正數， $f(x) = a^x$ 必為嚴格遞增函數或是嚴格遞減函數。
2. 設 a, b, c 為正數，若 $a^b > a^c$ 則 $b > c$ 。
3. 若 $1 < a < b$ 及 $0 < x < 1$ ，則 $\log_a x > \log_b x$ 。
4. 設 a, b, c 為正數，且 $a \neq 1$ ，若 $\log_a b > \log_a c$ ，則 $b > c$ 。
5. 若 $2^a = \sqrt[3]{9}$ 及 $b = \log_8 3$ ，則 $a > b$ 。
6. 若 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ ，則 $f(a) + f(1 - a) = 1$ 。
7. 若 a, b, c 為正數，且 $b \neq 1$ ，則 $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ 。
8. 若 a 為正數，若 $\log_{10} a = -2.789$ ，則 a 在小數點第 2 位開始不出現 0 的數字及尾數為 0.789 。
9. 若函數 $f(x) = \log_a x$ ，則對於所有的 x_1, x_2 在 $f(x)$ 的定義域， $f(x)$ 滿足
$$\frac{1}{2}(f(x_1) + f(x_2)) \geq f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$$
。
10. 設 a 為正數， $\log_{10} a$ 與 $\log_{10} \frac{1}{a}$ 的首數和為 -1 。

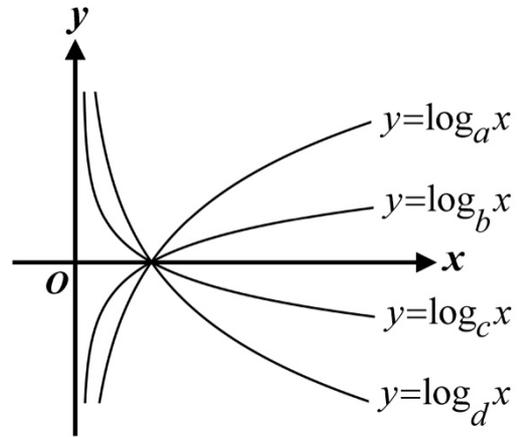
二、複選題 (共 15 分，每題 5 分，錯一個選項給 3 分，錯二個選項給 1 分，錯三個
 選項以上不給分)

1. 下列哪一個圖形與直線 $y = x$ 恰交於一點？

- (A) $y = 2^x$ (B) $y = -2^x$ (C) $y = 2^{-x}$ (D) $y = \log_2 x$ (E) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

2. 如下圖已知 $y = \log_a x$ 及 $y = \log_d x$ 分別與 $y = \log_b x$ 及 $y = \log_c x$ 對稱於
 x 軸，則下列何者正確？

- (A) $a \cdot b > c \cdot d$ (B) $a > 2 - b$
 (C) $b > a > d > c$ (D) $a + b + c + d > 4$
 (E) $a \cdot b \cdot c \cdot d = 1$



3. 若 $x = 6^{20}$ ，則下列哪些敘述為真？ ($\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$) (A) x
 為 15 位數 (B) x 為 16 位數 (C) x 的首位數字 3 (D) x 的首位數字 4 (E) $\frac{1}{x}$ 化為
 小數後，在小數點後第 15 位始出現不為 0 的數字

三、填充題：（佔 65 分）

第一部分（每格 5 分,共 25 分）

1. 設 $a^{\frac{x}{2}} - a^{\frac{-x}{2}} = 3$ ，則 $a^{\frac{3x}{2}} - a^{\frac{-3x}{2}} =$ _____ (1) 。

2. 求 $\sqrt{\frac{4 \cdot \sqrt[3]{4}}{3}} \times \left(\frac{81}{64}\right)^{-0.25} \times \sqrt[6]{\frac{2}{27}} =$ _____ (2) 。

3. 化簡 $\left(\log_2 5 + \frac{1}{3} \log_2 0.2\right) (\log_{125} 0.5 + \log_5 2) =$ _____ (3) 。

4. 化簡 $\log_8 (\sqrt{7 + \sqrt{40}} - \sqrt{7 - \sqrt{40}}) =$ _____ (4) 。

5. 設 $8^{(\log_2 3)} + 9^{\left(\frac{\log_5 8}{\log_5 3}\right)} - 89 = (3^x + 3^{-x})$ 求 $x =$ _____ (5) 。

第二部分（每格 5 分,共 40 分）

1. 方程式 $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \log_2 x$, $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \log_{\frac{1}{2}} x$, $(2)^x = \log_{\frac{1}{2}} x$ 的解依序為

$x = a, x = b, x = c$ ，求 a, b, c 大小關係為 _____ (A) 。

2. 設 $a, b, c \in \mathbb{R}$ 且 $abc \neq 0$ ，若 $8^a = 27^b = \sqrt[3]{6^c}$ ，求 $\frac{ac+bc}{ab} =$ _____ (B) 。

3. 設 $f(x) = \frac{3^x + 3^{-x}}{3^x - 3^{-x}}$ ， $x \in \mathcal{R}$ 且 $x \neq 0$ ，若 $f(a) = 9, f(b) = 8$ ，求 $f(a+b) =$ _____ (C) 。

4. 流言傳播數度極快,某位數學老師調查松山高中傳播方式,得到一個式子

$N = M(1 - 9^{-0.3d})$, 其中 M 代表松高的總人數, N 為流言傳播了 d 天後聽過這流言的人數,根據這個式子,試問一則流言開始傳播至少 (D) (取整數)天,就會有超過90%的松高人聽過($\log_{10}3 = 0.4771$)。

5. $\log_{10}A$ 的首數與尾數恰為 $2x^2 + 5x + k = 0$ 的兩根,求 $k =$ (E)。

6. $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3(3x - 1)) > -1$, 求 x 的範圍為 (F)。

7. 方程式 $(\log_{10}5x)(\log_{10}3x) = 10$ 之兩根為 α, β , 則 $\alpha \times \beta =$ (G)。

8. 小華在銀行存款 10000 元,其存款的年利率為 12%,若每個月為一期,採用複利計息,求至少 (H) (取整數)年後本利和會超過 20000 元($\log_{10}2 = 0.3010$)。

| N | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 10 | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 0170 | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 |
| 11 | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0755 |
| 12 | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 |
| 13 | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 |
| 14 | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1582 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1732 |

台北市立松山高級中學 104 學年度第一學期數學科 一年級期末考答案卷

一、是非題：（共 20 分,每題 2 分）

| | | | | |
|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| X | X | X | X | O |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| O | O | X | X | X |

二、複選題（共 15 分，每題 5 分，錯一個選項給 3 分，錯二個選項給 1 分，錯三個
選項以上不給分）

| | | |
|-----|-------|----|
| 1 | 2 | 3 |
| BCE | ABCDE | BC |

三、填充題：（佔 65 分）

第一部分（每格 5 分,共 25 分）

| | | | | |
|----|---------------|---------------|---------------|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 36 | $\frac{8}{9}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |

第二部分（每格 5 分,共 40 分）

| | | | |
|-------------|----------------------------------|-----------------|-----|
| (A) | (B) | (C) | (D) |
| $a > b > c$ | 9 | $\frac{73}{17}$ | 4 |
| (E) | (F) | (G) | (H) |
| -3 | $\frac{2}{3} < x < \frac{10}{3}$ | $\frac{1}{15}$ | 6 |